

報 文

帯水層の温度分布から地下水流速を 推定する試みについて

佐 倉 保 夫

I はじめに

一般に、気温変化の影響が及ばない地表面下 10 数 m 以深のいわゆる恒温層の温度は、地下水の流れがある場合、地球内部からの熱の供給を受け、さらに地下水自体がそれを輸送し、再配分した結果を示している。従って、地下水流動に伴う帯水層の温度を研究するとき、地表面の気候条件、地下水涵養源からの距離・帯水層の厚さと透水性・基盤の深度等の水理地質条件と、地層の熱的特性、地殻熱流量の分布等が帯水層の温度分布を支配する主な要因であろうと予測される。本論文では特に実用的な見地から、既存の地下水温度資料を用いて地下水流速を推定することを目的として、単純なモデルを用いた解析方法を呈示した。またその妥当性を検討するため、将来予定している模型実験の前段階として、数値実験を試みたので、その結果も合せて報告する。

II 温度分布から地下水流速を推定する方法

地下水の流れが地中の温度場を乱すことは、地殻熱流量の測定に使用される深井戸の垂直温度分布測定により、古くから知られていたが、温度分布から地下水の流速・帯水層の透水係数を求めることの可能性を理論的に指摘したのは Stallman (1963) であった。その後、鉛直方向一次元の流れについて、Breadhoeft and Papadopolos (1965) は、Stallman (1963) が示した基本方程式の解析

解を求め、Type Curve として表わし、それを用いれば、孔内垂直温度分布から容易に地下水流速および透水係数が得られることを提唱した。野外調査に適用した例として、Cartwright (1970), Sorey (1971) があり、水収支法あるいは水理学的な方法による結果と良く一致することを示している。一方、水平方向の流れに関しては、Cartwright (1971) が地表付近の温度分布を用いて浅層の地下水流速を求めている。またこれとは別に、層状泉型温泉水の冷却問題を取り上げ、流動に伴う温度分布の予想をした浦上 (1971) の研究がある。さらに広域、あるいは仮想の地下水盆を扱った例として、Parsons (1970), 浦上 (1976) の数値解析、Domenico and Palciauskas (1973) の解析解による研究がある。しかし、既存の地下水温度資料を利用して地下水流速の推定を試みるには、ある特殊な地下水温度分布異常地域をできるだけ単純なモデルに適合させることが、現象の理解を助ける。そこで、地表水から地下水に転化する時間的・空間的過程における地下水温度の変化の中で、特に比較的透水性の良い扇状地等における流下方向への増温現象に着目した。

Stallman (1963) が導いた地下水と熱の流れに関する基本式は、次式に示される。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{c_w \rho_w}{K} \left[\frac{\partial(v_x T)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y T)}{\partial y} + \frac{\partial(v_z T)}{\partial z} \right] = \frac{c \rho}{K} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

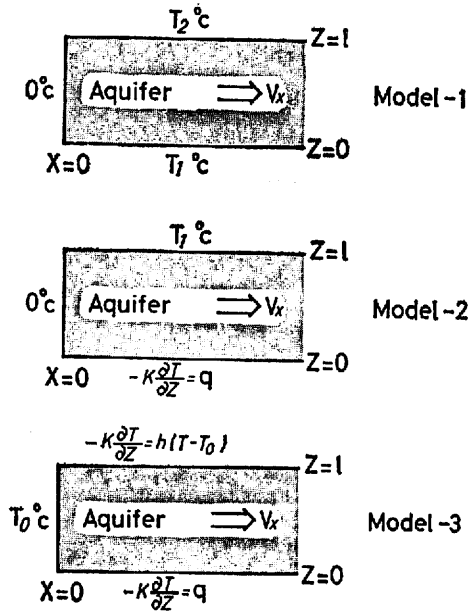


図1 帯水層中の熱輸送に関するモデル

ここで、 T : 温度、 t : 時間、 $x \cdot y \cdot z$: 座標軸、 $c_w \cdot \rho_w$: 地下水の比熱・密度、 $c \cdot \rho$: 帯水層の比熱・密度、 K : 帯水層の熱伝導率、 $v_x \cdot v_y \cdot v_z$: $x \cdot y \cdot z$ 方向の地下水流速である。

扇状地は一般に、連続した砂礫層が発達し、透水性の良好な帯水層を形成していることが多く、図1のように層厚一定 l の帯水層中を地下水が一樣速度 V_x で流れていると仮定すると、伝導による流れ方向への熱移動は無視でき、定常状態を考えれば、(1) 式は

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (2)$$

ここで、 $\alpha = K / (c_w \rho_w v_x)$ となり、 x を時間で置き換えると、一次元非定常の熱伝導方程式と同様になる。境界条件として次の3つの場合を想定した(図1)。

i) Model-1

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ で } T=0 \\ z=0 \text{ で } T=T_1 \\ z=l \text{ で } T=T_2 \end{array} \right\} \quad (3)$$

これらの境界条件を満足する解は

$$T = T_1 + (T_2 - T_1) \frac{z}{l} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (T_2 \cos n\pi - T_1) \times e^{-pn^2\pi^2} \sin \frac{n\pi z}{l} \quad (4)$$

ここで、 $P = Kx/vl^2$ となる。 $x=0$ で $T=0^\circ\text{C}$ としたため、実際には T_1, T_2 から流入温度を差し引けばよい。

ii) Model-2

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ で } T=0 \\ z=0 \text{ で } -K \partial T / \partial z = q \\ z=l \text{ で } T=T_1 \end{array} \right\} \quad (5)$$

この場合の解は次式で表わせる。

$$T = \frac{q}{K} (l-z) + T_1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \times e^{-\frac{(2n-1)^2\pi^2 p}{4}} \cos \frac{(2n-1)\pi z}{2l} \quad (6)$$

$$\text{ここで、 } a_n = \frac{4T_1(-1)^n}{(2n-1)\pi} + \frac{8ql}{K(2n-1)^2\pi^2}$$

である。

iii) Model-3

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ で } T=T_0 \\ z=0 \text{ で } -K \partial T / \partial z = q \\ z=l \text{ で } -K \partial T / \partial z = h(T-T_0) \end{array} \right\} \quad (7)$$

これらの条件を満足する(2)式の解は、Newman and Green (1934) によって得られており、

$$T = T_0 + \frac{ql}{K} \left\{ 1 - \frac{z}{l} + \frac{1}{N_u} - F(z/l, p) \right\} \quad (8)$$

である。ここに h は熱伝達係数であり、

$$F(z/l, p) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2} A_n \cos(\beta_n z/l) e^{-\beta_n^2 p},$$

$$\text{また、 } A_n = \frac{\beta_n^2 + N_u^2}{\beta_n^2 + N_u(1 + N_u)},$$

$$N_u = hl/K,$$

β_n は、 $\cot \beta_n = \beta_n / N_u$, $n=1, 2, 3, \dots, n$ を満たす根である。

既存の地下水温度資料を用いる場合、そのほとんどが多収水層からの揚水温度であること、また専用の観測井は少なく、孔内垂直温度分布の得にくいことを考慮すると、さらに近似的に z 方向で積

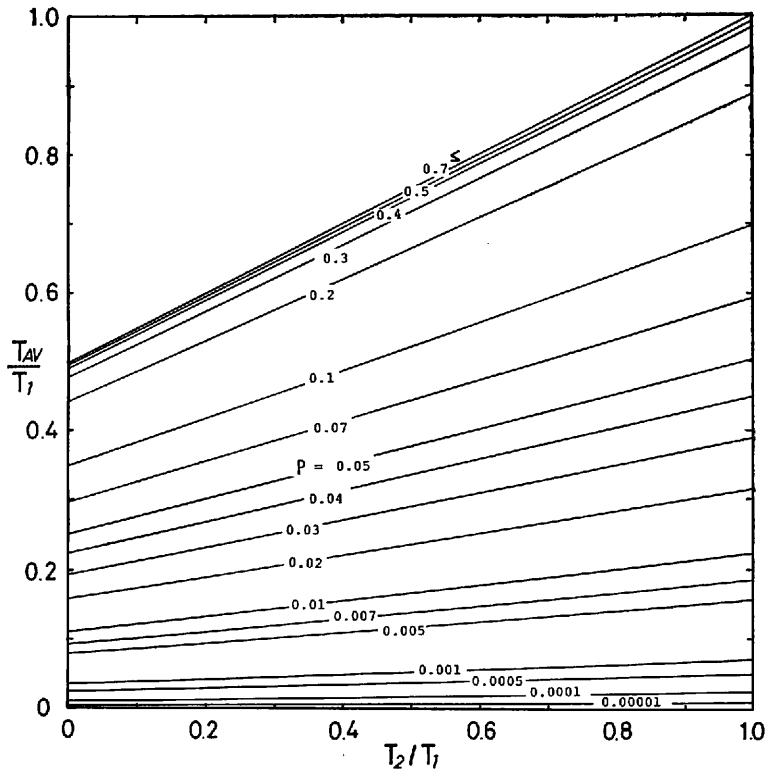


図 2 Model-1 の平均温度分布計算図 ((9) 式の数値計算による)

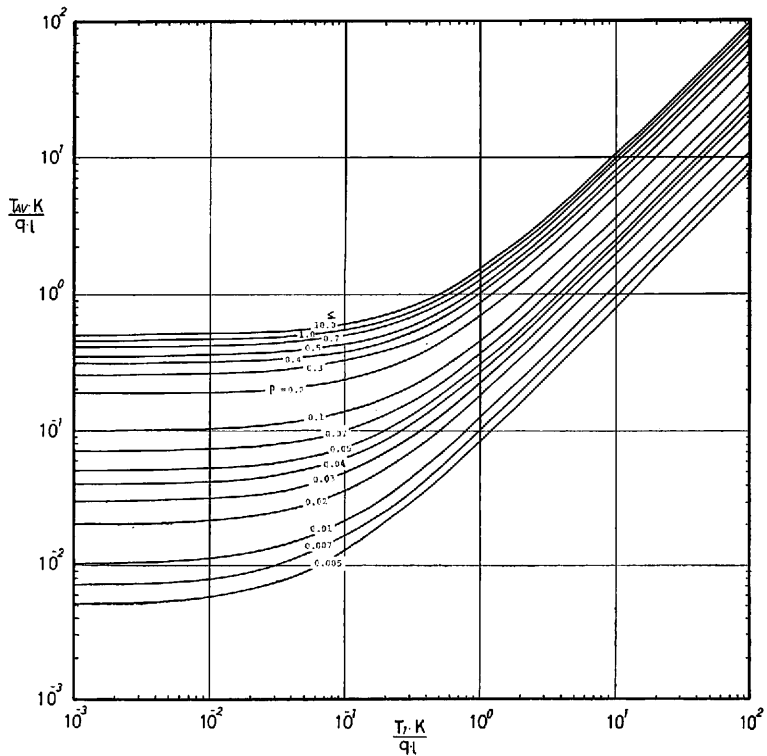


図 3 Model-2 の平均温度分布計算図 ((10) 式の数値計算による)

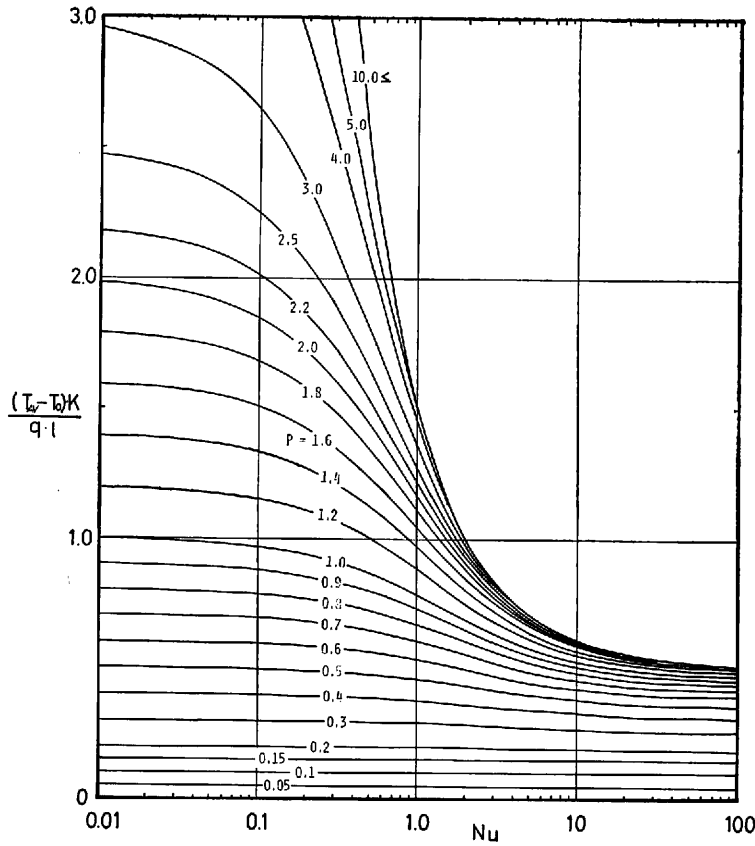


図4 Model-3 の平均温度分布計算図 ((11) 式の数値計算による)

分し、平均値を求めた方が流下方向への水温上昇傾向を検討するのに都合が良い。そこで、(4)、(6)、(8) 式の平均温度 T_{AV} を求め、無次元量に整理すると、

$$\frac{T_{AV}}{T_1} = \frac{1}{2} + \frac{T_2}{2T_1} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \times \left(\frac{T_1}{T_2} \cos n\pi - 1 \right) e^{-pn^2\pi^2} (1 - \cos n\pi) \quad (9)$$

$$\frac{T_{AV}K}{ql} = \frac{1}{2} + \frac{T_1K}{ql} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \times \left(\frac{4TK(-1)^n}{(2n-1)\pi ql} - \frac{8}{(2n-1)^2\pi^2} \right) \times e^{-\frac{(2n-1)^2\pi^2 p}{4}} \sin \frac{(2n-1)\pi}{2} \quad (10)$$

$$\frac{(T_{AV} - T_0)K}{ql} = \frac{1}{2} + \frac{1}{Nu} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\beta_n^3} \times e^{-\beta_n^2 p} \sin \beta_n \quad (11)$$

となる。図2, 3, 4は、 p をパラメータとし、(9) 式は縦軸に T_{AV}/T_1 を、横軸に T_2/T_1 を、(10) 式は $T_{AV}K/ql$, T_1K/ql を、(11) 式は $(T_{AV} - T_0)K/ql$, Nu をそれぞれ縦軸、横軸として、図化したものである。なお、それぞれの計算値は表1, 2, 3に示す。従って、帯水層の熱伝導率およびその熱的環境つまり前述の境界条件が既知であり、地下水水温資料があれば、図から p は決定でき、地下水流速 v_x の推定が可能となる。野外への適用例は Model-3 を用いて2・3の地域で地下水流速を得ている(佐倉, 1975)。しかし、Model-3 に関しては帯水層上面における熱伝達係数 h の吟味が難しく、今後の検討が必要である。また盆地型地下水については、通常、シルト・粘土・砂礫の互層で、帯水層の発達が不充分であり、帯水層の連続性が乏しいことから、流れをむしろ時間で置き換え、厚さ一定の帯水層が無

表 1 T_{AV}/T_1 の計算値

T2/T1 0.500E-01 0.100E 00 0.200E 00 0.300E 00 0.400E 00 0.500E 00 0.600E 00 0.700E 00 0.800E 00 0.900E 00 1.00E 01

P

0.00001	0.440E-02	0.441E-02	0.503E-02	0.545E-02	0.587E-02	0.629E-02	0.671E-02	0.713E-02	0.755E-02	0.796E-02	0.838E-02
0.00010	0.118E-01	0.124E-01	0.135E-01	0.147E-01	0.158E-01	0.169E-01	0.181E-01	0.192E-01	0.203E-01	0.214E-01	0.226E-01
0.00050	0.265E-01	0.278E-01	0.303E-01	0.328E-01	0.353E-01	0.378E-01	0.404E-01	0.429E-01	0.454E-01	0.479E-01	0.505E-01
0.00100	0.375E-01	0.393E-01	0.428E-01	0.464E-01	0.500E-01	0.535E-01	0.571E-01	0.607E-01	0.642E-01	0.678E-01	0.714E-01
0.00500	0.838E-01	0.878E-01	0.957E-01	0.104E 00	0.112E 00	0.120E 00	0.128E 00	0.136E 00	0.144E 00	0.152E 00	0.160E 00
0.00700	0.991E-01	0.104E 00	0.113E 00	0.123E 00	0.132E 00	0.142E 00	0.151E 00	0.160E 00	0.170E 00	0.179E 00	0.189E 00
0.01000	0.118E 00	0.124E 00	0.135E 00	0.147E 00	0.158E 00	0.169E 00	0.181E 00	0.192E 00	0.203E 00	0.214E 00	0.226E 00
0.02000	0.168E 00	0.176E 00	0.191E 00	0.207E 00	0.223E 00	0.239E 00	0.255E 00	0.271E 00	0.287E 00	0.303E 00	0.319E 00
0.03000	0.205E 00	0.215E 00	0.235E 00	0.254E 00	0.274E 00	0.293E 00	0.313E 00	0.332E 00	0.352E 00	0.371E 00	0.391E 00
0.04000	0.237E 00	0.248E 00	0.271E 00	0.293E 00	0.316E 00	0.338E 00	0.361E 00	0.384E 00	0.406E 00	0.429E 00	0.451E 00
0.05000	0.265E 00	0.277E 00	0.302E 00	0.328E 00	0.353E 00	0.378E 00	0.403E 00	0.428E 00	0.454E 00	0.479E 00	0.504E 00
0.07000	0.312E 00	0.326E 00	0.350E 00	0.380E 00	0.410E 00	0.445E 00	0.475E 00	0.505E 00	0.534E 00	0.564E 00	0.594E 00
0.10000	0.360E 00	0.384E 00	0.419E 00	0.454E 00	0.489E 00	0.523E 00	0.558E 00	0.593E 00	0.628E 00	0.663E 00	0.698E 00
0.20000	0.466E 00	0.488E 00	0.532E 00	0.577E 00	0.621E 00	0.666E 00	0.710E 00	0.754E 00	0.799E 00	0.843E 00	0.887E 00
0.30000	0.503E 00	0.527E 00	0.575E 00	0.623E 00	0.671E 00	0.719E 00	0.766E 00	0.814E 00	0.862E 00	0.910E 00	0.958E 00
0.40000	0.517E 00	0.541E 00	0.591E 00	0.640E 00	0.689E 00	0.738E 00	0.787E 00	0.837E 00	0.886E 00	0.935E 00	0.984E 00
0.50000	0.522E 00	0.547E 00	0.597E 00	0.646E 00	0.696E 00	0.746E 00	0.795E 00	0.845E 00	0.895E 00	0.944E 00	0.994E 00
0.70000	0.525E 00	0.550E 00	0.600E 00	0.649E 00	0.699E 00	0.749E 00	0.799E 00	0.849E 00	0.899E 00	0.949E 00	0.999E 00
1.00000	0.525E 00	0.550E 00	0.600E 00	0.650E 00	0.700E 00	0.750E 00	0.800E 00	0.850E 00	0.900E 00	0.950E 00	1.000E 01
10.00000	0.525E 00	0.550E 00	0.600E 00	0.650E 00	0.700E 00	0.750E 00	0.800E 00	0.850E 00	0.900E 00	0.950E 00	1.000E 01
100.00000	0.525E 00	0.550E 00	0.600E 00	0.650E 00	0.700E 00	0.750E 00	0.800E 00	0.850E 00	0.900E 00	0.950E 00	1.000E 01

表 2 T_{AV}/ql の計算値

TK/PL 0.100E-02 0.300E-02 0.100E-01 0.300E-01 0.100E 00 0.300E 00 0.100E 01 0.300E 01 0.100E 02 0.300E 02 0.100E 03

P

0.00001	0.152E-04	0.252E-04	0.603E-04	0.161E-03	0.512E-03	0.151E-02	0.502E-02	0.151E-01	0.501E-01	0.150E 00	0.501E 00
0.00010	0.111E-03	0.134E-03	0.213E-03	0.440E-03	0.123E-02	0.350E-02	0.114E-01	0.341E-01	0.113E 00	0.340E 00	0.113E 01
0.00050	0.525E-03	0.574E-03	0.752E-03	0.126E-02	0.302E-02	0.807E-02	0.257E-01	0.762E-01	0.253E 00	0.757E 00	0.252E 01
0.00100	0.104E-02	0.111E-02	0.136E-02	0.207E-02	0.457E-02	0.117E-01	0.367E-01	0.108E 00	0.358E 00	0.107E 01	0.357E 01
0.00500	0.508E-02	0.524E-02	0.780E-02	0.739E-02	0.130E-01	0.289E-01	0.848E-01	0.244E 00	0.803E 00	0.240E 01	0.798E 01
0.00700	0.709E-02	0.728E-02	0.794E-02	0.983E-02	0.164E-01	0.355E-01	0.101E 00	0.290E 00	0.893E 00	0.284E 01	0.945E 01
0.01000	0.101E-01	0.103E-01	0.111E-01	0.134E-01	0.213E-01	0.439E-01	0.123E 00	0.349E 00	0.114E 01	0.340E 01	0.113E 02
0.02000	0.202E-01	0.205E-01	0.216E-01	0.248E-01	0.360E-01	0.679E-01	0.180E 00	0.499E 00	0.162E 01	0.481E 01	0.160E 02
0.03000	0.302E-01	0.306E-01	0.320E-01	0.359E-01	0.495E-01	0.886E-01	0.225E 00	0.616E 00	0.198E 01	0.589E 01	0.194E 02
0.04000	0.402E-01	0.407E-01	0.423E-01	0.468E-01	0.626E-01	1.08E 00	0.266E 00	0.717E 00	0.230E 01	0.681E 01	0.226E 02
0.05000	0.502E-01	0.507E-01	0.525E-01	0.575E-01	0.752E-01	0.126E 00	0.302E 00	0.807E 00	0.257E 01	0.762E 01	0.255E 02
0.07000	0.701E-01	0.707E-01	0.728E-01	0.788E-01	0.997E-01	0.159E 00	0.368E 00	0.965E 00	0.506E 01	0.903E 01	0.299E 02
0.10000	0.922E-01	0.929E-01	0.102E 00	0.110E 00	0.135E 00	0.206E 00	0.456E 00	0.117E 01	0.367E 01	0.108E 02	0.358E 02
0.20000	0.186E 00	0.187E 00	0.190E 00	0.200E 00	0.236E 00	0.336E 00	0.689E 00	0.170E 01	0.539E 01	0.153E 02	0.506E 02
0.30000	0.254E 00	0.256E 00	0.260E 00	0.272E 00	0.315E 00	0.438E 00	0.867E 00	0.209E 01	0.673E 01	0.187E 02	0.616E 02
0.40000	0.308E 00	0.310E 00	0.315E 00	0.329E 00	0.377E 00	0.517E 00	0.101E 01	0.240E 01	0.729E 01	0.212E 02	0.701E 02
0.50000	0.350E 00	0.352E 00	0.357E 00	0.373E 00	0.426E 00	0.579E 00	0.111E 01	0.264E 01	0.799E 01	0.235E 02	0.767E 02
0.70000	0.409E 00	0.411E 00	0.417E 00	0.434E 00	0.494E 00	0.665E 00	0.126E 01	0.298E 01	0.897E 01	0.261E 02	0.860E 02
1.00000	0.457E 00	0.459E 00	0.466E 00	0.484E 00	0.549E 00	0.736E 00	0.139E 01	0.325E 01	0.977E 01	0.284E 02	0.936E 02
10.00000	0.501E 00	0.503E 00	0.510E 00	0.530E 00	0.600E 00	0.800E 00	0.150E 01	0.350E 01	0.105E 02	0.305E 02	0.101E 03
100.00000	0.501E 00	0.503E 00	0.510E 00	0.530E 00	0.600E 00	0.800E 00	0.150E 01	0.350E 01	0.105E 02	0.305E 02	0.101E 03

表 3 $(T_{AV}-T_0)K/ql$ の計算値

NU 0.01 0.04 0.1 0.2 0.4 0.6 1.0 1.5 2.0 4.0 6.0 10.0 20.0 40.0 60.0 100.0

P

0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010
0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050
0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100
0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500
0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
0.1500	0.1500	0.1500	0.1499	0.1498	0.1498	0.1493	0.1491	0.1488	0.1485	0.1478	0.1470	0.1463	0.1455	0.1447	0.1446
0.2000	0.2000	0.2000	0.1999	0.1998	0.1994	0.1988	0.1983	0.1973	0.1963	0.1954	0.1929	0.1914	0.1896	0.1882	0.1858
0.3000	0.2999	0.2995	0.2987	0.2975	0.2957	0.2931	0.2895	0.2858	0.2827	0.2747	0.2701	0.2651	0.2602	0.2572	0.2553
0.4000	0.3997	0.3997	0.3969	0.3939	0.3885	0.3837	0.3755	0.3675	0.3610	0.3448	0.3350	0.3269	0.3183	0.3133	0.3100
0.5000	0.4994	0.4976	0.4941	0.4887	0.4788	0.4701	0.4557	0.4418	0.4310	0.4046	0.3911	0.3773	0.3647	0.3578	0.3550
0.6000	0.5990	0.5961	0.5905	0.5817	0.5659	0.5524	0.5302	0.5082	0.4932	0.4557	0.4369	0.4184	0.4019	0.3926	0.3894
0.7000	0.6985	0.6942	0.6859	0.6729	0.6501	0.6307	0.5994	0.5764	0.5587	0.4992	0.4752	0.4520	0.4316	0.4203	0.4164
0.8000	0.7979	0.7919	0.7804	0.7625	0.7314	0.7052	0.6637	0.6259	0.5981	0.5362	0.5171	0.4793	0.4553	0.4422	0.4377
0.9000	0.8973	0.8893	0.8740	0.8505	0.8098	0.7760	0.7233	0.6762	0.6421	0.5678	0.5336	0.5015	0.4748	0.4596	0.4545
1.0000	0.9965	0.9862	0.9666	0.9368	0.8856	0.8435	0.7787	0.7218	0.6813	0.5948	0.5558	0.5198	0.4895	0.4733	0.4677
1.2000	1.1946	1.1790	1.1493	1.1046	1.0293	0.9687	0.8780	0.8077	0.7473	0.6372	0.5996	0.5667	0.5133	0.4927	0.4863
1.4000	1.3924	1.3762	1.3285	1.2662	1.1637	1.0821	0.9636	0.8677	0.7996	0.6681	0.6132	0.5649	0.5048	0.4878	0.4822
1.6000	1.5898	1.5660	1.5043	1.4219	1.2881	1.1847	1.0374	0.9191	0.8411	0.6985	0.6295	0.5764	0.5124	0.5000	0.4940
1.8000	1.7867	1.7482	1.6767	1.5719	1.4044	1.2777	1.1015	0.9584	0.8740	0.7068	0.6408	0.5843	0.5199	0.5121	0.5094
2.0000	1.9833	1.9350	1.8459	1.7174	1.5129	1.3518	1.1559	0.9991	0.9001	0.7186	0.6487	0.5950	0.5305	0.5201	0.5198
2.2000	2.1795	2.1203	2.0117	1.8555	1.6154	1.4380	1.2143	1.0208	0.9208	0.7272	0.6542	0.5931	0.5299	0.5219	0.5130
2.5000	2.4730	2.3955	2.2549	2.0547	1.7528	1.5389	1.2624	1.0649	0.9440	0.7359	0.6594	0.5982	0.5470	0.5285	0.5153
3.0000	2.9603	2.8470	2.6349	2.3628	1.9541	1.6771	1.3559	1.1046	0.9687	0.7437	0.6638	0.5986	0.5493	0.5245	0.5163
4.0000	3.9276	3.7238	3.3684	2.9984	2.2644	1.8589	1.4217	1.1499	0.9902	0.7487	0.6662	0.5998	0.5499	0.5250	0.5161
5.0000	4.8854	4.5866	4.0261	3.4432	2.4826	1.9855	1.4627	1.1577	0.9959	0.7497	0.6668	0.6000	0.5300	0.5250	0.5167
6.0000	5.8336	5.3768	4.6731	3.7											

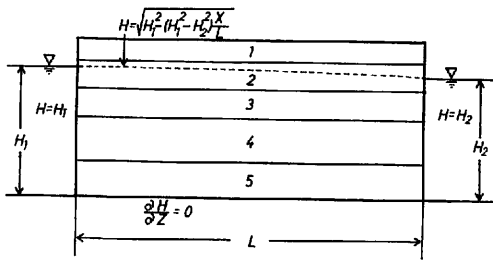


図5 地下水流動のモデル

図中の1, 2, 3, 4, 5は地質堆積構造の相異を示し、それぞれ、砂層（不飽和層で $v_x, v_z=0$ ）、砂層（この層の上部に地下水面があり、以下は飽和層）、粘土層、砂礫層（良好な帯水層）、粘土層を仮定した。

限の広がりを持って存在し、最初一定温度であった地下水が、上述の境界条件のもとで時間経過に伴なって温度上昇すると考えれば、 $p=\kappa t/l^2$ （ここで、 $\kappa=K/\rho c$ ）となり、同様に、現在の水温分布が判れば、大よその滞留時間を推定することもできる。

III 数値実験の例

地下水の流動に伴う熱輸送の数値解析は、既に Parsons (1970) が野外の水温分布に適応させる目的で、浦上 (1976) は仮定の地下水盆で上昇流・下降流の温度分布に及ぼす影響を調べるために行なっている。また、秋林・田中 (1975) は、工学的な立場から人工注入した温水、すなわち地下水の温度汚染問題に関して仮想モデルを考え、同様な数値解析を試みている。ここでは前章で示した単純なモデルがどの程度有効であるのかを検討するため、図5に示すモデルについて考えた。地下水の流れは次式で表現できる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k \frac{\partial H}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k \frac{\partial H}{\partial z} \right] = 0 \quad (12)$$

ここで、 k は透水係数、 H は地下水頭である。境界条件は図5に示す通り、 $x=0$ で $H=H_1$ 、 $x=L$ で $H=H_2$ 、地下水面は $H = \sqrt{H_1^2 - (H_1^2 - H_2^2) x/L}$ で近似し、 $z=0$ で $\partial H/\partial z=0$ とした。また熱の流れについては(1)式から二次元定常状態を仮定すると、

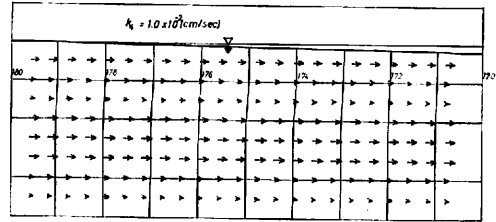


図6 地下水の流動状況

($k_4=1 \times 10^{-2}$ cm/sec の場合、単位は cm)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{c_w \rho_w}{K} \left\{ \frac{\partial(v_x T)}{\partial x} + \frac{\partial(v_z T)}{\partial z} \right\} = 0 \quad (13)$$

となる。ここで、 $v_x = -k \partial H / \partial x$ 、 $v_z = -k \partial H / \partial z$ であり、地下水の流れに関する境界条件を満足する(12)式を数値解析することから求められる(佐倉, 1974)。図5のモデルは上方より、砂層（不飽和層で $v_x, v_z=0$ ）、砂層（この層の上部に地下水面が存在し、以下は飽和層である。）、粘土層、砂礫層（良好な帯水層を形成する。）、粘土層の5層構造である。透水係数 (cm/sec)、熱伝導率 (cal/cm·sec·deg) の値はそれぞれ第1層では $k_1=0 : K_1=2 \times 10^{-3}$ 、第2層は $k_2=5 \times 10^{-4} : K_2=3 \times 10^{-3}$ 、第3層は $k_3=1 \times 10^{-5} : K_3=2 \times 10^{-3}$ 、第4層の砂礫層については、流速変化に伴う温度分布への影響を調べるため $k_4=1 \times 10^{-3}$ と 1×10^{-2} の2通り： $K_4=4 \times 10^{-3}$ 、 $k_5=1 \times 10^{-5} : K_5=2 \times 10^{-3}$ とした。また、計算には次の値を用いた。 $c_w \rho_w = 1$ cal/cm³·deg、 $L=500$ cm、 $H_1=180$ cm、 $H_2=170$ cm、地表面から不透水面までの z 方向の距離を 220 cm、縦・横の格子間隔を 20 cm、各層厚は上から 30, 40, 40, 60, 50 cm である。数値解析はすべて SOR 法を用いた。なお、加速係数 ω は Kulsrud の方法で最適値を求めるべく試みたが(清野, 1962)、地層条件が均質ではないためか、あるいは境界条件のためか最適 ω の値が過大となり、すべての場合収束せず、経験的に地下水流動には 1.8、熱輸送については境界条件が地表面温度一定の場合には 1.6 を、その他の場合には 1.1 を採用した。図6は $k_4=1 \times 10^{-2}$ とした場合の地下水の流動状況である。 $k_4=1 \times 10^{-3}$

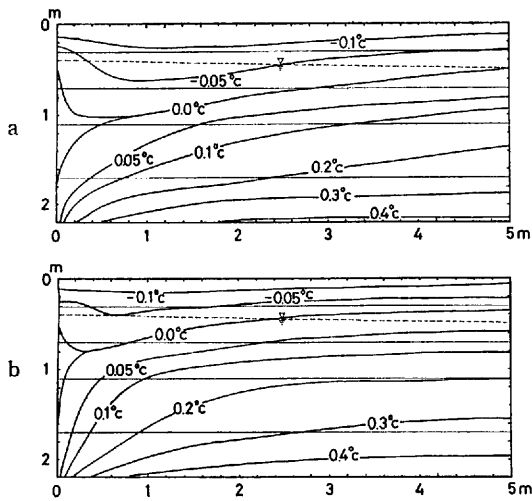


図 7 数値実験による温度分布

(a は $k_4=1 \times 10^{-2}$ cm/sec, b は 1×10^{-3} cm/sec の場合, なお $T_0=9.0^\circ\text{C}$, $T_s=8.8^\circ\text{C}$, $T_b=9.6^\circ\text{C}$)

のときは第 4 層の流速が 1 オーダー小さくなることから, その上側の流線方向がより水平となる傾向が認められるものの図化すると図 10 と同様となるので省略した。次に, 熱輸送モデルの境界条件は, 左右端において, 地下水面を境に上側では, $x=0, x=L$ で $\partial T/\partial x=0$, 下側では, $x=0$ で $T=T_0$, $x=L$ 近傍の x 上の 3 点の温度で直線近似して, 境界上の温度を推定した。また, 上下面の境界条件は次の 4 つの場合を考えた。

- i) 地表面温度 T_s および下面温度 T_b は一定である。
- ii) T_s は一定, 下面からの熱流量 q が一定 ($-K \partial T/\partial z=q$) である。
- iii) 地表面では T_s に比例する放熱があり ($-K \partial T/\partial z=h(T-T_s)$), T_b は一定である。
- iv) 地表面で $-K \partial T/\partial z=h(T-T_s)$, 下面で $-K \partial T/\partial z=q$ である。

ここで, 地表および下面温度はモデル (図 5) の境界上ではなく, 1 つその外側で与えている。また, 計算には, $T_0=9.0^\circ\text{C}$, i) では $T_s=8.8^\circ\text{C}$, $T_b=9.6^\circ\text{C}$, ii) では $T_s=8.8^\circ\text{C}$, $q=0.75$

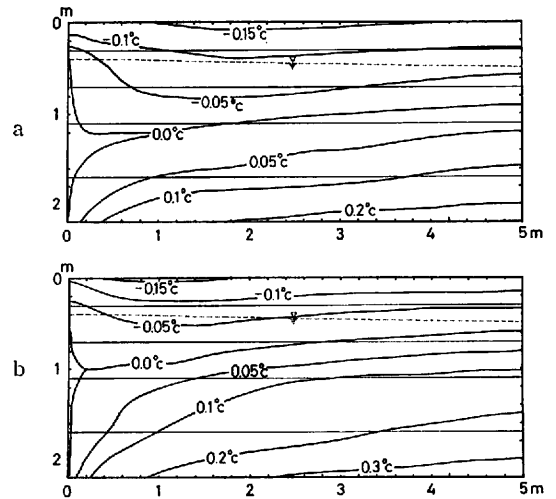


図 8 数値実験による温度分布

(a は $k_4=1 \times 10^{-2}$ cm/sec, b は 1×10^{-3} cm/sec の場合, なお, $T_s=8.8^\circ\text{C}$, $q=7.5 \times 10^{-6}$ cal/cm²·sec)

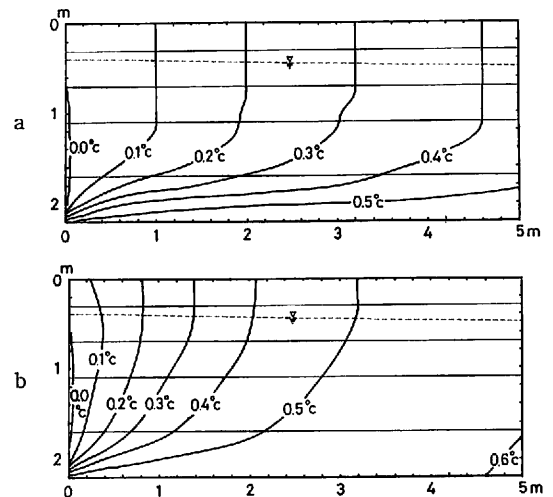


図 9 数値実験による温度分布

(a は $k_4=1 \times 10^{-2}$ cm/sec, b は 1×10^{-3} cm/sec の場合, なお, $T_s=8.5^\circ\text{C}$, $h=2 \times 10^{-9}$ cal/cm²·sec·deg, $T_b=9.6^\circ\text{C}$)

$\times 10^{-5}$ cal/cm²·sec, iii) では, $T_s=8.5^\circ\text{C}$, $h=2 \times 10^{-9}$ cal/cm²·sec·deg, $T_b=9.6^\circ\text{C}$, iv) については, $T_s=8.5^\circ\text{C}$, $h=2 \times 10^{-9}$ cal/cm²·sec·deg, $q=3.03 \times 10^{-6}$ cal/cm²·sec とそれぞれ値を使用した。i)~iv) の温度分布を図 7~10 に示す。図中の a は $k_4=1 \times 10^{-2}$ cm/sec,

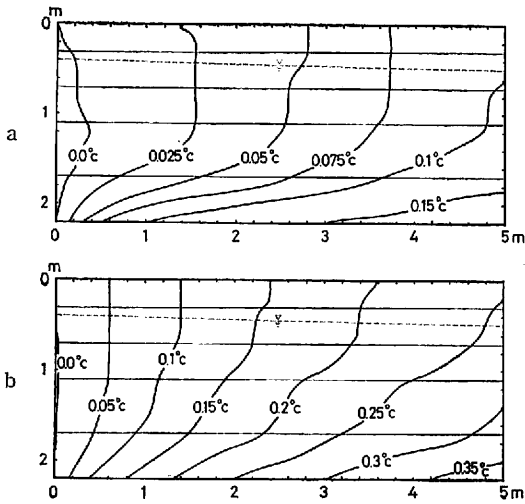


図 10 数値実験による温度分布

(a は $k_4=1 \times 10^{-3}$ cm/sec, b は 1×10^{-3} cm/sec の場合, なお, $T_s=8.5^\circ\text{C}$, $h=2 \times 10^{-9}$ cal/cm²·sec·deg, $q=3.03 \times 10^{-6}$ cal/cm²·sec)

b は $k_4=1 \times 10^{-3}$ cm/sec と砂礫層の透水係数が異なる場合でありそのときの砂礫層における平均流速はそれぞれ $\bar{v}_w=2 \times 10^{-4}$ cm/sec, $\bar{v}_w=2 \times 10^{-5}$ cm/sec であった。なお図中の温度はすべて 9°C を差し引いた値である。

IV 数値実験結果の考察

数値実験の結果から, 図 7, 8 の場合は地表面温度を一定としたこと, 図 9, 10 では地表面がほぼ断熱であるとしたことが温度分布に著しい相違を生じさせた原因である。前者については, 砂礫層内の流速が大きくなるにしたがって, 左端の低温度をより右方へ, そして砂礫層に近づく方向へ伝達していることが判る。後者は, 地表への放熱効果を極端に小さく仮定したため, 等温線が地表面と直交する傾向を示し, 流速が大きくなると下部の高温域を押し込み, 左端の低温度を右方まで輸送している。そこで, 地下水の流動に伴う熱輸送と鉛直方向への主として伝導による熱輸送が, 温度分布形成にどの程度影響しているのかを調べてみた。浦上 (1976) によれば, 熱流量中地下水流動による熱輸送の割合 R_f は

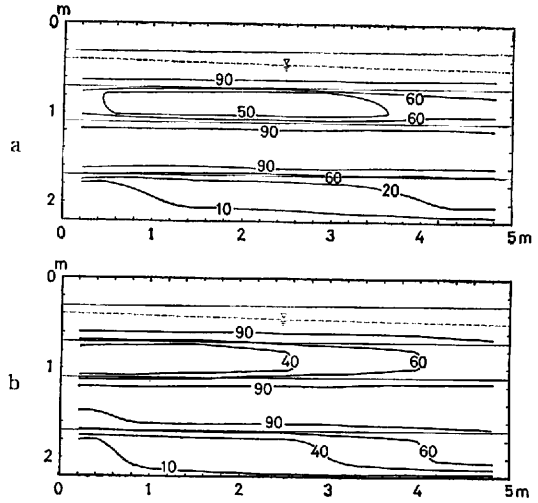


図 11 (14) 式を用いて計算した R_f の分布 (図 9 a, b の場合)

$$R_f = \frac{|\rho_w c_w \nabla T|}{|K \text{ grad } T| + |\rho_w c_w \nabla T|} \times 100 \quad (14)$$

であり, 図 9 の a, b について R_f の分布を計算したのが, 図 11 の a, b である。一般に, 透水係数が 5×10^{-4} cm/sec 以上のときは, R_f が 90 を越え, 1×10^{-5} cm/sec 程度であれば 60 以下となる。図 11 a の場合, 最下層において R_f が 10~20 と, 伝導による熱輸送が卓越する。これは地下水の流動による効果が透水性の良い砂礫層であまりに優勢でありすぎた結果, 図 11 b の場合の右端付近で見られる R_f が 60 以上の範囲の広がりがなくなり, 高温部分を下方に押し込む形で, 伝導による熱輸送を最下層に限定し, 成長させたものといえる。また下部不透水面から砂礫層に供給されている熱流量の分布を図 12 に示す。なおこれは, iii) の境界条件の場合であるが, 計算の結果によると, 地表面の熱伝達係数 ($h=10^{-8} \sim 10^{-10}$ cal/cm²·sec·deg の範囲) の変化は, これらの分布にほとんど影響しない。図中の A・E は $T_b=9.8^\circ\text{C}$, B・F は $T_b=9.6^\circ\text{C}$, C・G は $T_b=9.4^\circ\text{C}$, D・H は $T_b=9.2^\circ\text{C}$ の場合であり, それぞれ前者が $k_4=1 \times 10^{-2}$ cm/sec, 後者が $k_4=1 \times 10^{-3}$ cm/sec のときの分布である。いずれも左端から 1 m 以内で, 供給される熱量が最大を示

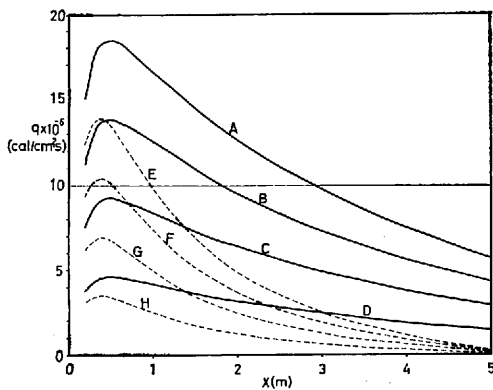


図 13 砂礫層下部で供給される熱流量の分布

本文 iii) の境界条件の場合であり、図中の A・E は $T_b=9.8^\circ\text{C}$ 、B・F は $T_b=9.6^\circ\text{C}$ 、C・G は $T_b=9.4^\circ\text{C}$ 、D・H は $T_b=9.2^\circ\text{C}$ で、それぞれ前者が $k_4=1\times 10^{-2}$ cm/sec、後者が $k_4=1\times 10^{-3}$ cm/sec である。

し、右端で最小となる。しかし、 $k_4=1\times 10^{-2}$ cm/sec のときは常に $k_4=1\times 10^{-3}$ cm/sec の場合に比べて大きい。これは流速が大きいと、左端の低温部が右方まで伝達されることによるが、とくに図 12 の右端では $k_4=1\times 10^{-3}$ cm/sec の場合 0 に近く、図 9 と比較すれば、流速が大きい場合には、下部から供給された熱量のかかなりの部分が右端境界外へ輸送され、砂礫層から上方へ伝達される熱量が減少するために、温度が低くなる。一方、流速が小さいと、モデル内でそのほとんどの熱量が上方へ伝達されるため、温度は高くなる事が判る。

これらの結果から、今回の数値実験モデルを、II で述べた単純モデルに適応して考えることは困難であるが、例えば不圧地下水ではなく、被圧地下水モデルを採用すれば、熱に関する境界条件の簡易化が計れ、より単純モデルと一致するのではないかと思われる。

V おわりに

帯水層の温度分布から容易に地下水流速を推定する目的で、3つの単純な二次元モデルを考えて解析解を求め、Type Curve を表わした。野外へ

の適用を考えれば、その場所に合った熱的環境（境界条件）を把握することが必要である。そのためには、試験流域的な地域で詳細な温度測定を連続的に行ない、熱的特性に関する物理量を精度よく捉えることが基本であり、不可欠である。しかしながらそれらは現実には不可能に近く、野外温度測定結果に即した模型実験なり数値実験でシミュレートし、単純モデルの確立を計らざるをえない。そこで、地下水と熱の流れが作り出す物理的現象およびその機構を解明するために、将来予定している模型実験を考慮した数値実験を試み、前述のモデルの妥当性を検討しようとしたが、数値実験には第一段階として不圧地下水モデルを考えたために、温度分布が複雑となり、それらの結果を示すに留まった。

地下水の温度から流速を推定する方法は、他の例えば種々のトレーサーを使用する方法、あるいは水理学的な方法等に比べて簡便であるにもかかわらず、現在までさほど利用されなかったのは、温度分布自体が場所により複雑であるため整理しにくかったこと、解析方法が面倒であること等の理由であろう。今後、野外への応用はいうまでもなく、模型実験・数値実験を進め、さらに確立した地下水流動と熱輸送のモデルを作るのが課題である。

本研究を進めるにあたり、御指導をいただいた北海道大学中尾欣四郎教授、また暖い助言をいただいた筑波大学井口正男教授をはじめとする水理実験センターの皆様へ厚く感謝いたします。

なお、本研究の計算は、筑波大学計算センターの Tosbac 5600 を利用して行なった。

文 献

- 秋林 智・田中正三(1975)数値モデルによる地下水の温度分布の予測—被圧帯水層の定常流に伴なう熱移動—。地下水学会誌, 17, 1—11.
- 浦上晃一(1971)：層状泉における熱の移動。北大地物研報, 25, —14.
- 浦上晃一(1976)：地温分布におよぼす地下水流動の影響。北大地物研報, 35, 1—14.

- 佐倉保夫(1974) : 漁川流域における地下水挙動(Ⅱ)
—三次元定常地下水流の数値解析—。北大地物
研報, **31**, 1-10.
- 佐倉保夫(1975) : 水温分布からみた地下水循環につ
いて(その1)。陸水学会第40会大会講演予稿
集。
- 清野 武(1962) : 電子計算機によるラプラスの方程
式の解法—特に加速係数の推定について—。
KDC レポート, NC-002, 1962/003, 1-31.
- Bredehoeft, J. D. and Papadopoulos, I. S. (1965):
Rates of Vertical Groundwater Movement
Estimated from the Earth's Thermal Profile.
Water Resour. Res., **1**, 325-328.
- Cartright, Keros (1970) : Groundwater Discharge
in the Illinois Basin as Suggested by Tempe-
rature Anomalies. Water Resour. Res., **6**, 912
-918.
- Cartright, Keros (1971) : Redistribution of Geo-
thermal Heat by a Shallow Aquifer. Bull.
Geol. Soc. Amer., **82**, 3197-3200.
- Domenico, P. A. and Palciauskas, V. V. (1973):
Theoretical Analysis of Forced Convective
Heat Transfer in Regional Groundwater
Flow. Bull. Geol. Soc. Amer., **84**, 3803-3814.
- Newman, A. B. and Green, Louis. (1934) : The
Temperature History and Rate of Heat Loss
of an Electrically Heated Slab. Trans.
Electrochemical Soc., **66**, 345-358.
- Parsons, M. L. (1970) : Groundwater Thermal
Regime in a Glacial Complex. Water Resour.,
Res., **6**, 1701-1720.
- Stallman, R.W. (1963) : Computation of Ground-
water Velocity from Temperature Data. U.
S. Geol. Surv. Water Supply Pap., **1544-H**,
36-46.
- Sorey, M. L. (1971) : Measurement of Vertical
Groundwater Velocity from Temperature
Profile in Wells. Water Resour. Res., **7**, 963-
970.