

# 月降水量の時系列構造と相互相関係数の関係

## Structures of Time Series and Spatial Correlation in Monthly Precipitation

田 瀬 則 雄\*

Norio TASE

降水量などの水文気象学的変数の地点間の相関関係あるいは空間的な相関構造を考える場合、目的により対象とする時系列が異なるのは当然である。すなわち、対象とする時系列の構造の違いにより空間的な相関関係も異なってくる。従って、この時系列と空間構造を明確にしておくことは、観測網の配置、未観測地点値の推定、欠測値の推定などで重要である。

前報(田瀬, 1981)で、月降水量時系列間の相互相関係数を両地点の平均値、標準偏差、そして不規則変動成分間の相関係数の関数としてモデル的に表わした。また、月降水量時系列間の相関係数と月降水量の不規則変動成分間の相関係数の違いを東京を中心とした分布図により定性的に検討した。

本論では、月降水量の時系列構造を分解し、それぞれの時系列(成分)間の相互相関係数(以下相関係数と記す)を解析的に求め、相関係数における規則変動成分と不規則変動成分間の関係を考察する。

### I 月降水量のモデルと相関係数

月降水量のモデル化についてはすでに述べた(田瀬, 1978)ので、ここでは記号について簡単に述べるが、相関係数を考えるために2地点の時系列を考える。

2地点の月降水量を  $X_{ij}$  と  $Y_{ij}$  する。ここで  $i$  は年、 $j$  は月を示すが、以下で添字を省略するこ

ともある。また、通しの表現として  $X_i$  と  $Y_i$  と考えてもよいが、この場合  $t=12(i-1)+j$  の関係となる。それぞれの月降水量の時系列は、各月の平均 ( $m_j$  と  $n_j$ )、各月の標準偏差 ( $u_j$  と  $v_j$ )、そして不規則変動成分 ( $Z_{ij}$  と  $W_{ij}$ ) により次のように表わせる。

$$X_{ij} = m_j + u_j Z_{ij}, \quad Y_{ij} = n_j + v_j W_{ij} \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $Z_{ij}$  と  $W_{ij}$  は2次定常の時系列であり、それぞれ平均0、分散1である。また、1次定常の時系列として、 $u_i Z_{ij}$  と  $v_j W_{ij}$  が存在する。

一般に、相関係数を考えるのは月降水量と2次定常の不規則変動成分の時系列であり、1次定常の時系列はほとんど対象となっていないが、本論では時系列の構造と相関構造の関係を明らかにするため、1次定常の時系列についても検討する。

以上3つの時系列について相関係数を求めるにあたり、各月ごとの降水量間の相関係数を  $\rho_j$  (たとえば  $\rho_1$  は1月の月降水量間の相関係数を示す) とし、この  $\rho_j$  を使って各相関係数を示す。

2次定常である月降水量の不規則変動成分 ( $Z$  と  $W$ ) 間の相関係数  $\rho$  は、各月ごとの相関係数の単純平均として表わせる。すなわち、

$$\rho = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} \rho_j \dots \dots \dots (2)$$

1次定常である ( $X_{ij} - m_j$ ) と ( $Y_{ij} - n_j$ )、あるいは  $u_j Z_{ij}$  と  $v_j W_{ij}$  間の相関係数  $r$  は

\* 筑波大学地球科学系

(1982年5月8日受理)

$$r = \frac{1}{UV} \sum_{j=1}^{12} \rho_j u_j v_j \dots\dots\dots(3)$$

となる。ここで、 $U = \sqrt{\sum_{j=1}^{12} u_j^2}$ 、 $V = \sqrt{\sum_{j=1}^{12} v_j^2}$  である。 $\rho$  が単純平均であったのに対し、加重平均となっている。この  $r$  の値は、月降水量が時間的に

$$R = \frac{\sum_{j=1}^{12} \left\{ \rho_j u_j v_j + (m_j - m)(n_j - n) \right\}}{\sqrt{U^2 + \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{11} \sum_{k=j+1}^{12} (m_j - m_k)^2} \sqrt{V^2 + \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{11} \sum_{k=j+1}^{12} (n_j - n_k)^2}} \dots\dots\dots(4)$$

ここで、 $m = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} m_j$ 、 $n = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} n_j$  である。 $R$  の場合、分母、分子にそれぞれ月平均の変動による項が加わっており、 $\rho$  や  $r$  とは基本的に違った形式となっている。

## II 各相関係数の意味

上記の相関係数は当然のことながら、それぞれの時系列の構造を反映している。

各相関係数を求める際に基礎とした各月ごとの相関係数  $\rho_j$  はそれぞれの月の降水原因とそのスケールを如実に反映している。

月降水量の不規則変動成分の相関係数  $\rho$  は、各月の相関係数の単純平均で与えられたが、これは変動様相に重点を置いた平均的相関係数といえ、相関係数本来の性格が強いものと考えられる。

これに対し、1次定常の場合は各月の変動の量に重点を置いたものといえる。従って、先に述べたように月降水量が独立と仮定できる場合に、この1次定常時系列の相関係数が年降水量間の相関係数に一致することになってくる。月降水量の時系列は完全な独立とはみなせないが、一般にその不規則成分は独立として取り扱えることが多いので(田瀬, 1981), 年降水量の相関係数の内容を各月の変動様相を変動量(共分散)で加重平均したものと考えることもできる。

月降水量の相関係数の場合、(4)式のように分母分子に月平均の変動分が加わっている。特に、分

完全に独立である(1月と2月, 1月と3月, …, 2月と3月, ……11月と12月とすべての月の間の相関係数が0, このことは  $Z$  と  $W$  のそれぞれの自己相関がすべて0というのとは異なる)とき、年降水量の相関係数と一致する。

そして、月降水量( $X_{ij}$  と  $Y_{ij}$ )間の相関係数  $R$  は少々複雑になるが、次のようになる。

子では第2項に月平均間の共分散が和の形で加わっている。すなわち、不規則変動成分の相関と固定的な規則変動成分の相関の和という形になっている。ここに月降水量の相関係数の問題点が存在する。2種類の性格を異にする変動を同時に取り扱っていることになり、絶対量を考慮していない相関係数は、その内容が不明になる可能性がある。たとえば、第1項目と第2項目の変動パターンが逆になった場合、それぞれの変動どうしには明確な相関があっても、全体としては相関がないという結果が生ずることもあり得る。

## III 計算例による検討

第1表に日本の代表的な地点間の各種相関係数を示した。この表には、月平均値間の相関係数  $R_{mn}$  と年降水量の相関係数  $R_A$  も参考のため加えた。

まず目につくのは、本論で基礎とした各月の相関係数  $\rho_j$  が季節的に大きく変動していることである。この点については朝倉・久保木(1961)が気象学的見地からすでに検討している。 $\rho_j$  における顕著な負の値は、冬期の太平洋側と日本海側の関係にしかみられないが、800km程度以上離れた地点間に相関なしに近い負の値が現われている。また、相関係数が最大になる月に地域的な特徴が現われている。たとえば、東京との相関係数では、北陸・関東以北では10月に最大値を、西日本とは1~2月に最大値をとる。これらの地域的特

第 1 表 各種相関係数

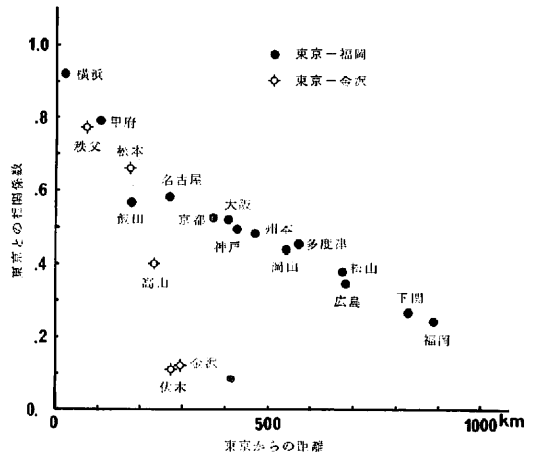
| 年数          | 東京と<br>札幌<br>85 | 福島<br>81 | 前橋<br>74 | 金沢<br>85 | 名古屋<br>80 | 大阪<br>88 | 広島<br>92 | 福岡<br>81 | 金沢と<br>秋田<br>85 | 名古屋<br>80 | 広島と<br>札幌<br>85 | 金沢<br>85 | 松山<br>81 | 福岡<br>81 |
|-------------|-----------------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|-----------------|-----------|-----------------|----------|----------|----------|
| $\rho_1$    | -0.158          | 0.413    | 0.829    | -0.227   | 0.778     | 0.720    | 0.694    | 0.609    | 0.300           | -0.188    | -0.058          | -0.140   | 0.822    | 0.685    |
| $\rho_2$    | 0.150           | 0.714    | 0.846    | 0.146    | 0.769     | 0.741    | 0.734    | 0.550    | 0.203           | 0.231     | 0.124           | 0.121    | 0.840    | 0.747    |
| $\rho_3$    | -0.016          | 0.649    | 0.796    | 0.282    | 0.557     | 0.522    | 0.360    | 0.381    | 0.328           | 0.353     | 0.067           | 0.330    | 0.818    | 0.726    |
| $\rho_4$    | 0.006           | 0.536    | 0.630    | 0.035    | 0.397     | 0.218    | 0.079    | -0.048   | 0.614           | 0.387     | 0.182           | 0.518    | 0.792    | 0.753    |
| $\rho_5$    | -0.013          | 0.636    | 0.807    | 0.328    | 0.700     | 0.606    | 0.322    | 0.242    | 0.254           | 0.634     | -0.097          | 0.605    | 0.855    | 0.817    |
| $\rho_6$    | -0.053          | 0.588    | 0.657    | 0.377    | 0.458     | 0.450    | 0.329    | 0.161    | 0.214           | 0.674     | 0.198           | 0.487    | 0.822    | 0.772    |
| $\rho_7$    | 0.073           | 0.501    | 0.674    | 0.118    | 0.427     | 0.244    | 0.237    | 0.101    | 0.533           | 0.193     | -0.009          | 0.236    | 0.777    | 0.630    |
| $\rho_8$    | -0.115          | 0.418    | 0.557    | 0.074    | 0.464     | 0.280    | 0.132    | -0.028   | 0.421           | 0.418     | 0.059           | 0.360    | 0.687    | 0.725    |
| $\rho_9$    | -0.055          | 0.587    | 0.616    | 0.198    | 0.418     | 0.425    | 0.058    | -0.075   | 0.391           | 0.540     | 0.002           | 0.451    | 0.646    | 0.715    |
| $\rho_{10}$ | 0.104           | 0.784    | 0.845    | 0.474    | 0.676     | 0.639    | 0.243    | 0.293    | 0.486           | 0.588     | -0.117          | 0.500    | 0.759    | 0.774    |
| $\rho_{11}$ | -0.186          | 0.650    | 0.832    | -0.121   | 0.685     | 0.688    | 0.348    | 0.206    | 0.495           | 0.145     | -0.076          | 0.018    | 0.618    | 0.661    |
| $\rho_{12}$ | 0.005           | 0.601    | 0.822    | -0.235   | 0.691     | 0.690    | 0.556    | 0.536    | 0.341           | -0.183    | 0.042           | -0.155   | 0.826    | 0.701    |
| $\rho$      | -0.022          | 0.590    | 0.746    | 0.121    | 0.585     | 0.519    | 0.341    | 0.244    | 0.382           | 0.316     | 0.026           | 0.278    | 0.772    | 0.725    |
| r           | -0.025          | 0.575    | 0.673    | 0.148    | 0.509     | 0.426    | 0.230    | 0.116    | 0.403           | 0.361     | 0.023           | 0.299    | 0.761    | 0.714    |
| R           | 0.056           | 0.677    | 0.738    | -0.049   | 0.653     | 0.570    | 0.404    | 0.294    | 0.408           | 0.069     | -0.023          | 0.028    | 0.845    | 0.803    |
| $R_{mn}$    | 0.278           | 0.865    | 0.856    | -0.448   | 0.915     | 0.848    | 0.703    | 0.648    | 0.432           | -0.466    | -0.129          | -0.438   | 0.990    | 0.959    |
| $R_A$       | 0.081           | 0.576    | 0.590    | -0.114   | 0.437     | 0.405    | 0.171    | 0.206    | 0.526           | 0.162     | 0.186           | 0.240    | 0.769    | 0.706    |

性については、計算例をふやし、別の機会に発表する予定である。

不規則変動成分間の相関係数  $\rho$  は距離とともに減少してゆくと考えてよいが、日本の場合は  $\rho$  の値に季節的に顕著な変動性がみられるように、地形の影響による方向性が大きな問題となる。しかし、気象現象のスケールからみると、日本程度の空間範囲では有意な負の値を示すことはないと考えられる。第 1 図は、東京と福岡、東京と金沢を結ぶ線上に投影した距離と相関係数の関係を示したものであるが、方向による相関構造の違いが明確に表われている。東京～福岡間では、一般にいわれているように指数関数的に減少している (Caffey, 1965; Tase, 1976)。

1 次定常の相関係数  $r$  は、一般に  $R$  や  $\rho$  よりも小さい傾向がある。先に述べたように月降水量が独立の場合は年降水量の相関係数  $R_A$  と一致するため、より  $R_A$  に近い傾向はあるが、必ずしも値は一致していない。

月降水量の相関係数  $R$  は、(4) 式に示されるように、平均値間の相関係数  $R_{mn}$  に影響されてい



第 1 図 東京を中心とした不規則変動成分間の相関係数

る。 $R_{mn}$  が正である程度大きい場合、 $R > \rho$  という関係が成立し、平均値による増幅効果がみられる。 $R_{mn}$  が負の場合、先に述べたように  $\rho$  はある程度の空間内では正の値の値を取ることが予想されるので、両者が相殺され、 $R \approx 0$  という状況を生じる可能性がある。実際、東京、名古屋、広島

と日本海側の金沢の間の相関係数はゼロ近くになっており、先に述べたような懸念が生じている。

(4)式の分子の第1項と第2項の割合を不規則変動成分と規則変動成分の寄与率と近似的に考えると、近距離では両者の割合は半々程度であり、遠距離では規則変動成分の割合が高くなる。

#### IV おわりに

月降水量の時系列構造と相互相関係数の関係を解析的に求め、さらに実際の計算例を加え、相関係数の意味そして問題点を検討した。一般に地点間や変数間の変動の類似性を簡単に相関係数を計算して表わすが、目的を達成するためにどのような変動を対象に相関係数を計算すべきか、充分検討すべきであることを本論は示している。普段、なんの気なしに使っている統計的手法にも思わぬおとし穴があるかもしれないことを再認識したいと思う。

#### 謝 辞

本論の計算には水理実験センター MELCOM 70/25 を利用した。また、昭和55年度筑波大学学

内プロジェクトおよび昭和56年度文部省科学研究費奨励研究(A) (課題番号: 56790166) の補助を受けた。記して感謝いたします。

#### 文 献

- 朝倉正・久保木光熙(1961): 月降水の解析—降水量の長期予報(第1報) —. 研究時報, 13(9), 18—30.
- 田瀬則雄(1978): 水文時系列の解析とモデル化. 市川・榎根編『日本の水収支』古今書院, 16—27.
- 田瀬則雄(1981): 月降水量の相互相関係数に関する一考察. ハイドロロジー, No. 11, 25—29.
- Caffey, J. E. (1965): Inter-station correlations in annual precipitation and in annual effective precipitation. *Colorado State Univ., Hydrology Paper*, No. 6, 47p.
- Tase, N. (1976): Area-intensity-deficit characteristics of droughts. *Colorado State Univ., Hydrology Paper*, No. 87, 41p.