

## 液滴内外の流れの可視化

Flow Visualization in and around a Slightly Deformed Droplet

大島 重人\*・吉澤 能政\*\*

Shigeto OSHIMA and Yoshimasa YOSHIZAWA

### I はじめに

液滴の運動についての問題は、機械、化学、気象、医学など広い分野で興味の対象となっている。これは、液滴独特の性質である形状の不安定性及びその表面を通しての物質輸送が実に多くの応用面を持っているからである。ここでは、形状と流れについて取り上げ、その関連性の解明を試みる。

液滴は、それ自身の大きさが非常に小さく、また、まわりの流れが十分に遅ければ、形は界面張力により球形のまま保たれる事が知られている。その様な状態についてはすでに解析解が与えられており、液滴内部にはいわゆるヒルの球形渦が発生する (Hadamard, 1911; Rybczynski, 1911)。この解についての実験的な検証がその後行なわれ、Bond and Newton (1928) は直径の増加とともに解の一致が見られると報告している。一方、内部流の可視化実験は光学的な困難さから数少ないが、Savic (1953), Garner and Haycock (1959), Magarvey and Kalejs (1963) 等により球形渦の存在が確認されている。

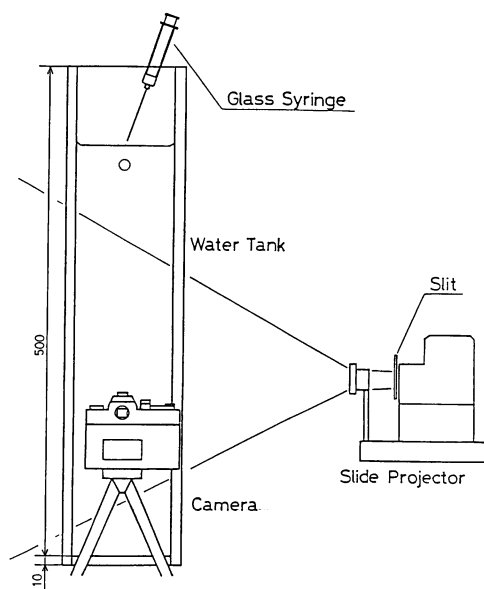
これらの研究は、何れもレイノルズ数が1より小の歩伏流の範囲でなされたものであり、これより大のものについてはほとんど報告がされていない。そこで、本研究では、形が球から変形をおこした状態での液滴内外の流れについて可視化実験を行なったので、その結果を報告する。また、同

時に行なった数値計算の結果にも触れる。

### II 実験装置および実験方法

実験はお互いに混合する事のない液体、グリセリンと四塩化炭素を用いて行なった。観察は定常運動する範囲のみに限る事にした。

可視化は液滴の内部流および外部流の2種類について行なったが、トレーサとして利用した染料が異なるだけで手法は同一である。装置概観を第1図に示す。四塩化炭素の液滴は、注射器によっ



第1図 実験装置

\* 筑波大学・院・理工学研究科 (現 韓 東芝) \*\* 筑波大学構造工学系

(1985年7月8日受理)

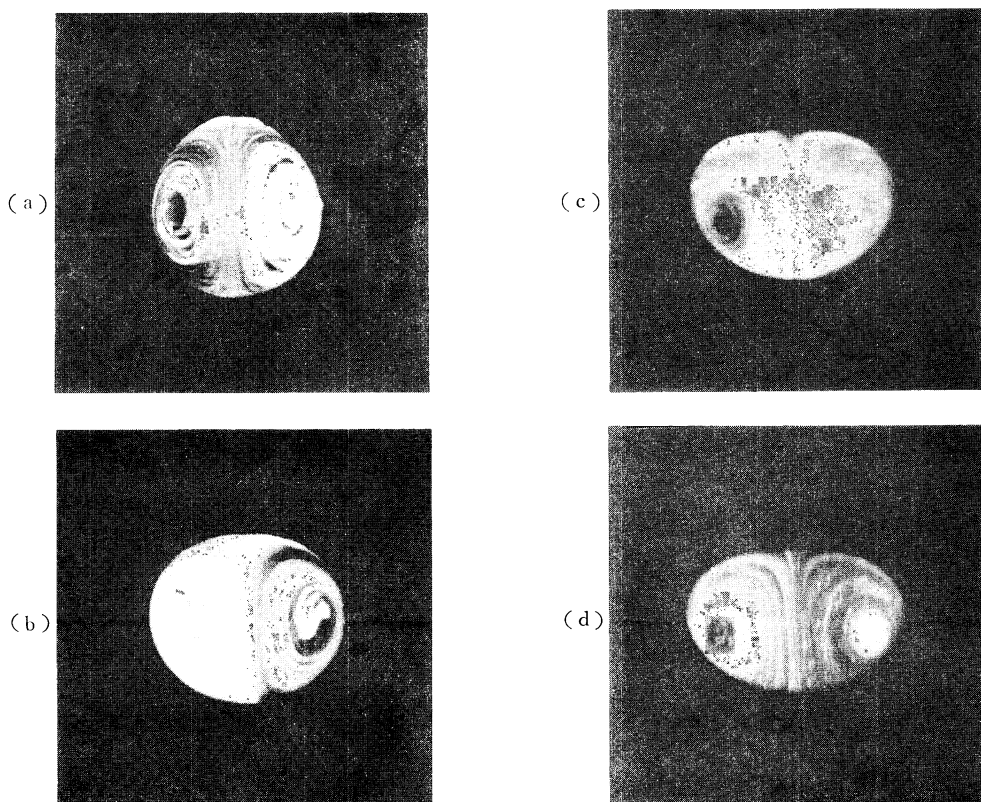
て水槽（縦10cm，横10cm，深さ50cm）のグリセリン水溶液中に注入され，落下していく。このとき，液滴には染料が混入されており，流脈を形成する。撮影は，水槽外部に三脚により固定されたカメラを用いて行なう。液滴は小さい（直径1cm以下）ものなので，拡大撮影する為に，カメラには接写リングまたはペローズが装着されている。光源にはキセノンランプを用い，この光をスリットを通した後，レンズで絞って水槽中にスリット光を形成する。スリット光中を液滴が横切る事により流脈が撮影出来る訳である。液滴の落下速度は，グリセリン水溶液の濃度によって調節し，任意の落下距離を落下するのにかかる時間をストッ

プウォッチにより計測した。尚，用いた染料は，液滴内部流についてはアクリルペイント，外部流（伴流）についてはコンデンスミルクである。

### III 実験結果

#### III. 1 内部流の可視化

第2図の4枚の写真は，液滴内部の流れを表わしている。液滴は上から下へ向かって落下している。白く写っているのが染料により可視化された流脈である。実験は全て定常運動の範囲内で行なっているので流脈は流線に一致し，写真の流れ模様は流線と考えて良い事になる。図に示したレイノルズ数は，代表長さに液滴の等価直径（L），



第2図 各レイノルズ数での液滴内部の流れおよび変形の様子

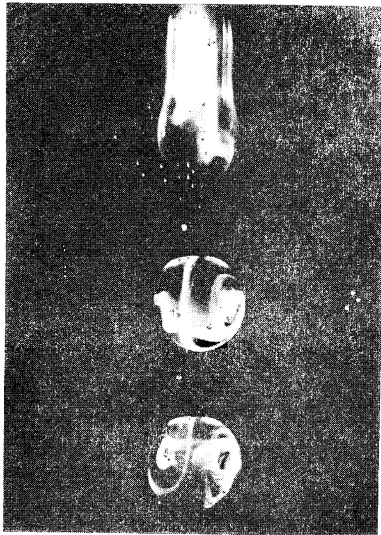
- (a)  $L=0.78\text{cm}$ ,  $U=2.2\text{cm/s}$ ,  $Re^o=0.40$ ,  $Re^i=320$
- (b)  $L=0.83\text{cm}$ ,  $U=7.0\text{cm/s}$ ,  $Re^o=4.8$ ,  $Re^i=1000$
- (c)  $L=0.73\text{cm}$ ,  $U=8.1\text{cm/s}$ ,  $Re^o=13$ ,  $Re^i=1100$
- (d)  $L=0.73\text{cm}$ ,  $U=10\text{cm/s}$ ,  $Re^o=22$ ,  $Re^i=1300$

代表速度に落下速度（U）をとり、 $Re^o$  については外部流体の粘度と密度、 $Re^i$  については液滴の粘度と密度をとって計算した。液滴の直径は直接測定する事が困難な上に変形により球からのずれが生ずるので、体積から逆算して求めた等価的な直径である。液滴は  $Re^o$  が 1 より小さいときにほぼ球であるが、それより大きくなると、上側につぶれた上下非対称な形に変形していく事が判る。内部にはヒルの球形渦と見かけ上よく似た渦が生じている。また、この渦の中心は液滴表面近くに存在し、表面近くでは流線の間隔が非常に小さくなっている。従って、液滴表面付近では大きな渦度が生じていると予想される。

第 3 図には、液滴の落下直後の様子を示した。この写真は同一の液滴を多重露出で撮影したものである。液滴は落下直後に粘度の大きいグリセリン溶液との間の強いせん断力を受けて、内部に渦を発生しはじめる事が判る。写真はまた、定常運動にはいる以前の液滴の状態を示しているもので、この流脈は流線とは一致しない。

### III. 2 外部流の可視化

第 4 図の 4 枚の写真は、液滴の伴流を可視化したものである。液滴はやはり上から下へ落下して



第 3 図 落下直後の液滴内部の流れ  
水面下 1—3 cm, 多重露出に よ る 真

いる。白く写っているのが、コンデンスミルクによる流脈である。流れは、液滴に沿っており、形がかなりゆがんでも剥離はおこらない。そして、レイノルズ数が 30 を越えてやっと剥離が生ずるが、その剥離点は液滴表面の曲率が大きく変化している点から後方にずれている。以上から、内部流れが外部流れの剥離をおさえる働きをしていると考えられる。

### III. 3 流体球の解析解との比較

液滴の内部流を可視化した写真から判る様に、液滴内にはヒルの球形渦とよく似た渦が生じている。そこで、レイノルズ数が 1 より小のときに求められている解析解と実験結果を比較してみる事にした。

解析解は、Hadamard-Rybczynski の解としてよく知られたものである。この解は、非線型項を無視したナビエ・ストークス方程式を利用して、液滴表面で接線方向応力がつりあう様に決められたものである。法線方向応力のつりあいについては、液滴の変形を認めていいないので、自動的に満足されるとしている。この解を次に示す。

$$\phi^o = \frac{U}{2r} (r - a) \left( r^2 - \frac{\mu^i a r}{2(\mu^o + \mu^i)} - \frac{\mu^i a^2}{2(\mu^o + \mu^i)} \right) \sin^2 \theta \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\phi^i = -\frac{\mu^o U}{4(\mu^o + \mu^i) a^2} (r^2 - a^2) r^2 \sin^2 \theta \quad \dots\dots\dots(2)$$

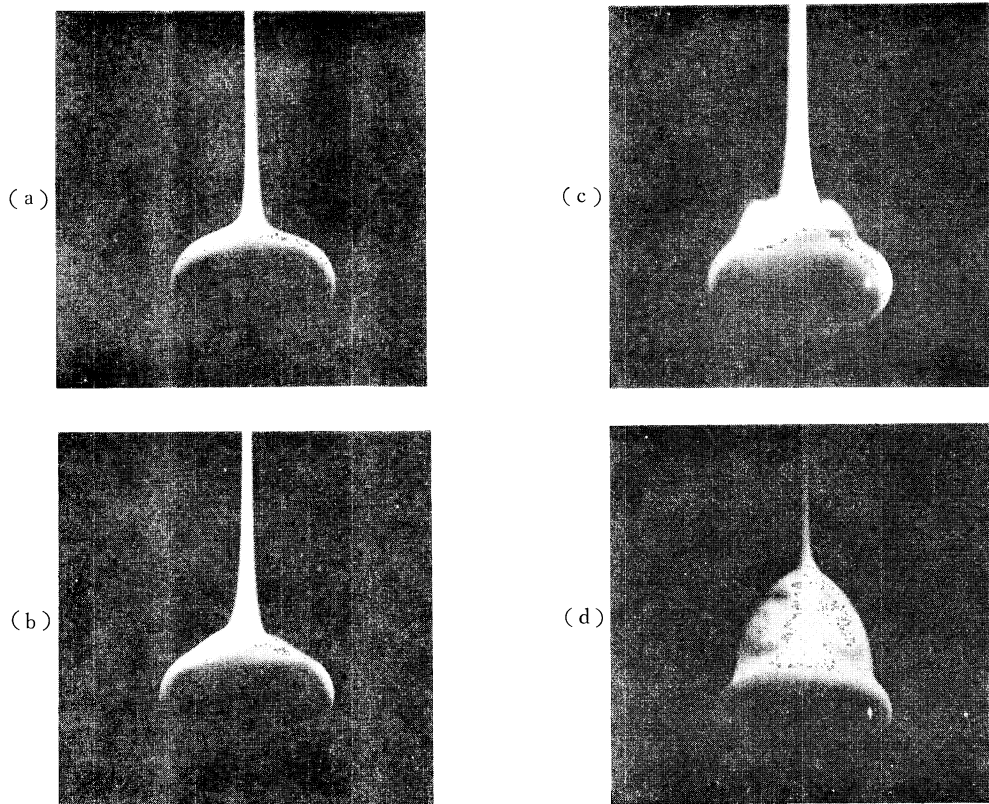
ここで、 $\phi^o$ 、 $\phi^i$  は外部流および内部流の流れ函数、 $\mu^o$ 、 $\mu^i$  は粘度は、 $a$  は液滴半径である。この解を利用すれば、液滴の抵抗を求める事が出来て、

$$\text{Drag} = 2\pi\mu^o U a \frac{2\mu^o + 3\mu^i}{\mu^o + \mu^i} \quad \dots\dots\dots(3)$$

となる。固体球の場合 ( $\mu^i/\mu^o \rightarrow \infty$ ) では、 $\text{Drag} = 6\pi\mu^o U a$  となり、まさにストークスの抵抗則になる。この抵抗を用いて液滴の落下速度を次の式によって決定する。

$$m \frac{dv}{dt} = mg - m_f g - \frac{1}{2} m_f \frac{dv}{dt} - \frac{1}{2} \rho_f v |v| - \frac{\pi}{4} d^2 C_d(v) \quad \dots\dots\dots(4)$$

$m$  は液滴の質量、 $m_f$  は流体の質量、 $g$  は重力加速度、 $\rho_f$  は流体の密度、 $v$  は落下速度、 $C_d(v)$  は、



第4図 各レイノルズ数での伴流の様子

- (a)  $L=0.66\text{cm}$ ,  $U=7.0\text{cm/s}$ ,  $Re^o=8.7$ ,  $Re^i=670$   
 (b)  $L=0.66\text{cm}$ ,  $U=9.4\text{cm/s}$ ,  $Re^o=18$ ,  $Re^i=810$   
 (c)  $L=0.66\text{cm}$ ,  $U=10\text{cm/s}$ ,  $Re^o=24$ ,  $Re^i=960$   
 (d)  $L=0.66\text{cm}$ ,  $U=12\text{cm/s}$ ,  $Re^o=33$ ,  $Re^i=1200$

球の投影断面積によって決定したもので、

$$Ca(v) = \frac{\text{Drag}}{\frac{1}{2}\rho v^2 \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{8}{Re} \cdot \frac{2\mu^o + 3\mu^i}{\mu^o + \mu^i} \dots\dots\dots(5)$$

となる。式(4)を解いて求めた終速度と、実験結果を比較したのが第5図である。実線および破線が理論値、一点鎖線が実験値である。実験値は、固体球の終速度に近い値をとるが、直径の増大に伴って、ヒルの球形渦の解に近接していく事が判る。これと同じ結果が、Bond and Newton (1928) によっても報告されている。

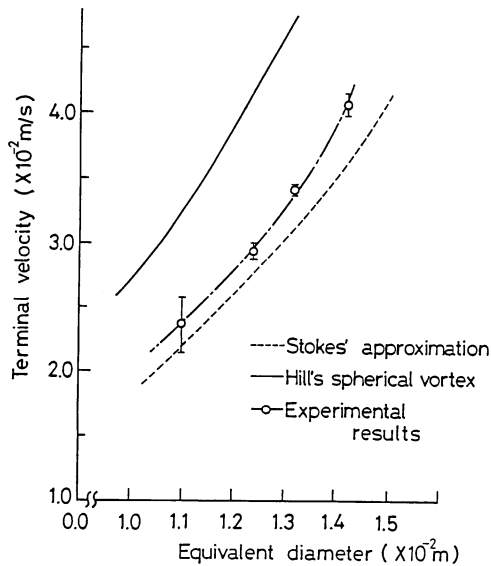
一方、レイノルズ数と抵抗係数の関係を第6図

に示した。実験における  $C_d$  は、次の式によって求められる。

$$C_d = \frac{(m - m_f)g}{\frac{1}{2}\rho U^2 \cdot \frac{\pi}{4}d^2} \dots\dots\dots(6)$$

図より、抵抗係数は、レイノルズ数が1に近いほどヒルの球形渦のものに近接し、逆に0に近いほど固体球のものに近接していく事が判る。値が全体的にヒルの球形渦のものに近くなって、第5図と傾向を異にしているのは、第5図の横軸と縦軸の積の値が、第6図の横軸に相当している為である。

結局、レイノルズ数が1より小さい範囲におい

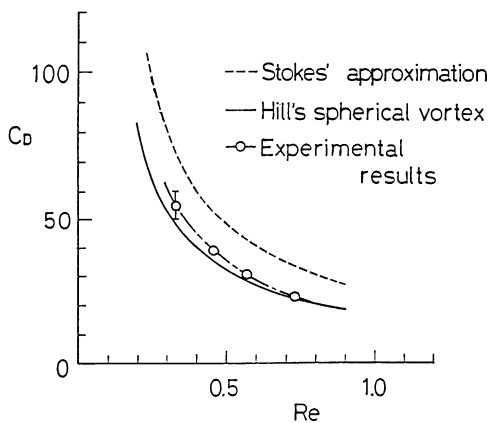


第5図 液滴の落下終速度の理論値と実験値の比較

ては、液滴の径が大きくなる程内部流れの影響が顕著になり、ヒルの球形渦の解に近付いていく事が判る。

#### III. 4 液滴変形の要因

液滴の変形量は、次の3種類の力のつりあいによって決定されと考えられる。それは、界面張力、重力、流れによる動圧である。これらを記述する無次元量に、ボンド数とウェーバ数がある。ボンド数 (Bo) は、液滴が球形を保ったときの液



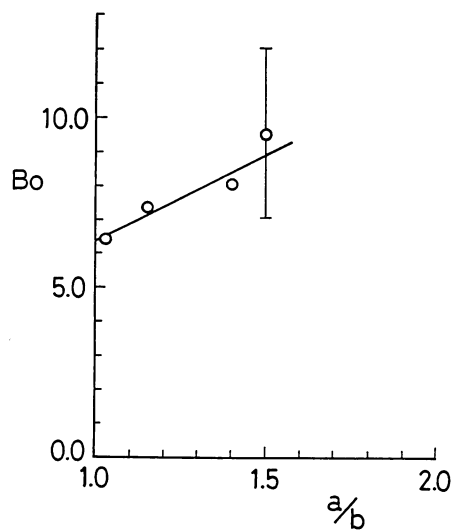
第6図 各レイノルズ数における抵抗係数の変化

滴自身の重さによる上端と下端の圧力差と界面張力との比、ウェーバ数 (We) は、外部流れの動圧と界面張力との比を表わす。

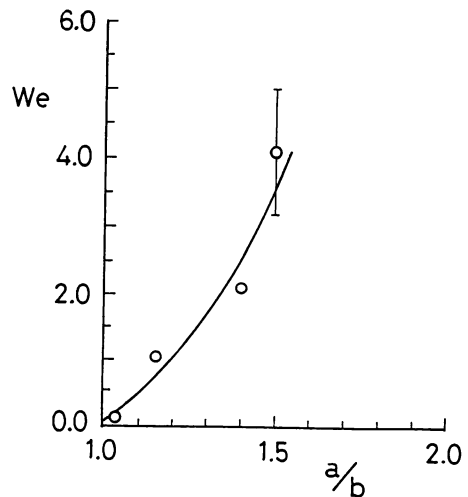
$$Bo = \frac{(\rho^i - \rho^o)gd^2}{\gamma} \dots\dots\dots(7)$$

$$We = \frac{\rho^o d U^2}{\gamma} \dots\dots\dots(8)$$

これらの無次元量と、液滴の変形量の関係を示したのが、第7図および第8図である。図で横軸



第7図 液滴の変形量とボンド数の関係



第8図 液滴の変形量とウェーバ数の関係

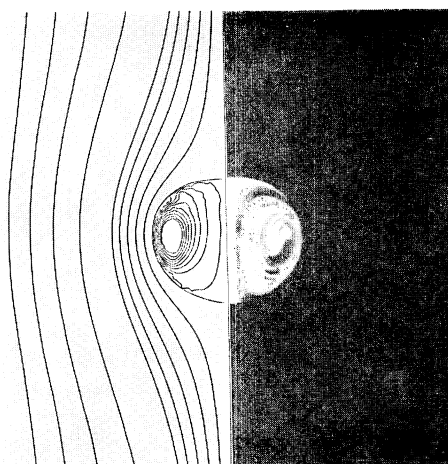
にとつた変形量は、 $a$ が対称軸に垂直な方向の最大長、 $b$ が対称軸に平行な方向の最小長であつて、その比を示している。形が、仮に楕円であれば、 $a$ は長径、 $b$ は短径を表わす事になる。図より、液滴は形が球のときには重力のみの影響を受けているが、形が変形してくると動圧の影響を大きく受けはじめる事が判る。また、重力の影響は、変形量が増えてもそれほど増大していない事が判る。従つて、形状決定には、重力の影響よりも、流体力学的な要因が支配的であると言える。

#### IV 数値計算による解析

レイノルズ数が1より大の液滴が変形をおこす様な領域では、もはや解析解を求める事が出来ない。故に、数値的な近似解を求めて、実験結果と比較する方法に依らざるを得ない。ここでは、数値解法として Beam-Warming の差分法を用い、実験で得られた液滴形状のときの内外流れの様子を、計算で求めた。

実験では液滴を落下させたが、計算では逆に液滴が流れの中に静止している状態を考える。初期には、液滴内部は静止しているものとし、まわりの流れに誘導されて内部流が生じていく様を調べる。この液滴内部に流れを生じさせる原動力となるのは、液滴表面での接線方向応力である。法線方向応力については、液滴形状を可視化写真から与えたので、形状決定により自動的に満足されているものとした。詳しい計算方法は、ここでは記述しないで、その結果のみを示す事にする。

第9図は、レイノルズ数が4.8のときの可視化写真と、計算の結果求められた流線を同時に示したものである。流線は、液滴外部では表面に沿っている。一方、液滴内部については、形状同様に上下非対称になっており、液滴表面付近で密になっている。これらは可視化写真とよく一致している。内部流について、流線の乱れが見られるのは、数値的な誤差の為である。この結果から、形状が決定されさえすれば、液滴内部流はその表面での接線方向応力のつりあいによってのみ決定されると言える。



第9図 実験結果と数値計算による流線の比較  
( $Re^o=4.8$ ,  $Re^i=1000$ )

#### V おわりに

液滴内外の流れおよび変形を可視化実験と数値計算を用いて解析した結果、次の様な事が判つた。

- (1) 液体中を落下する液滴は、レイノルズ数が30までの範囲では、落下方向と逆方向につぶれた非対称な形に変形をおこす。
- (2) 液滴中には、ヒルの球形渦と類似した渦が生じ、それが液滴の抵抗を減少させる役割を担っている。
- (3) 液体中を落下する液滴の形状は、落下速度や流れなどの流体力学的な要因で決定され、重力の影響は小さい。
- (4) 液滴内部の渦は、液滴表面で接線方向の応力がつりあう様に流れが生じた結果、発生したものである。

#### 謝 辞

本研究を行なうにあたり、水理実験センター利用の機会を与えて下さった池田 宏講師、小島豊盛、伊勢屋ふじこ両技官に心から感謝致します。また、溶液および染料の選択については、物質工学系永長久彦助教授に、可視化技術については、元水理実験センター、現(株)リコーの泉 耕二さんに、水槽の製作について

は構造工学系神戸昌幸技官に御指導を頂きました。さらに、構造工学系小林康徳助教授、村上正秀助教授には多くの助言を頂きました。最後に、工学研究科内田宏、中嶋 洋両君には実験の補助をして頂きました。皆様に御礼申し上げます。

## 文 献

- 浅沼 強編 (1977) : 『流れの可視化 ハンドブック』  
朝倉書店.  
種子田定俊 (1975) : 『水流の可視化法』 気象ノート  
第 124 号, 日本気象学会.  
種子田定俊 (1979) : 流れの可視化, 流体力学の展  
望, 3 号, 流体力学懇談会.  
Beam, R. M. and Warming, R. F. (1978) : An  
Implicit Factored Scheme for the Compressible  
Navier-Stokes Equations. *AIAA Journal*, 16,  
No. 4, 393—402.

- Bond, W. N. and Newton, D. A. (1928) : *Phil. Mag.*, **5**, 794—800.  
Clift, R., Grace, J. R. and Weber, M. E. (1978) :  
*Bubbles, Drops and Particles*. Academic Press.  
380 p.  
Garner, F. H. and Haycock, P. J. (1959) : Circula-  
tion in liquid drops. *Proc. Roy. Soc., Ser. A*,  
**252**, 457—475.  
Hadamard, J. S. (1911) : *C. R. Acad. Sci.*, **152**,  
1735—1738.  
Magarvey, R. H. and Kalejs, J. (1963) : Internal  
Circulation within Liquid Drops. *Nature (Lon-  
don)*, **198**, 377—378.  
Rybczynski, W. (1911) : *Bull. Int. Acad. Pol. Sci. Lett., Cl. Sci. Math. Nat.*, Ser. A, 40—46.  
Savic, P. (1953) : *Natl. Res. Council. Can.*, Rep.  
No. MT—22.