

直交ウェーブレット変換のフラックス観測への応用について

筑波大学陸域環境研究センター 浅沼 順

1. はじめに ウェーブレット変換は、時系列から時刻情報を失わずにスケール（周波数）情報を取り出す数学ツールである。その誕生は今から4半世紀前で、90年代には乱流研究に多く応用されるようになり、近年では古典的なフーリエ変換に取って変わりつつある。本発表では、フラックス観測データの解析におけるウェーブレット変換の応用について、紹介する。

2. ウェーブレット変換 ウェーブレット変換によって、時系列 $x(t)$ は時刻 b とスケール a の関数に変換される (Chui, 1992)。

$$W_x(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1)$$

ここで $\psi(x)$ はウェーブレット関数と呼ばれる。ウェーブレット変換はエネルギー（分散）を保存するため、その時間積分、

$$WS_{xx}(a) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |W_x(a, b)|^2 db \quad (2)$$

は、 a におけるエネルギーを表し、ウェーブレットスペクトルと呼ばれる。同様にウェーブレットコスペクトルも定義できる。式 (1) は連続ウェーブレット変換であり、 N 個の時系列を $N \times N$ 個の互いに従属するウェーブレット係数に変換する。一方、直交（離散）ウェーブレット変換は、スケール a とスケール b をそれぞれ、 $a = a_0^m$ 、 $b = nt_0 a_0^m$ のように離散的に変化させ、直交性を有するウェーブレット関数を用いることにより、実現される。直交ウェーブレット変換は、 N 個の時系列を時間＝スケール空間（フェーズ空間）上の $N-1$ 個の互いに独立なウェーブレット係数に展開する。

3. 解析データ 解析対象データは、モンゴル国の Kherlen 川流域の Kherlen-Bayaan-Ulan(KBU) における地表面フラックス観測 (Li et al., 2005) である。KBU においては、RAISE (Rangelands Atmosphere-Hydrosphere Interaction Study Experiment in Northeastern Asia) プロジェクトによって、渦相関法と放射観測などによる地表面フラックス観測が2003年3月より続けられている。

4. 解析 温度と水蒸気のウェーブレットスペクトル、コスペクトルから、ウェーブレット・コヒーレンシスペクトル $WR_{Tq}(n) \equiv WS_{Tq}(n) / \sqrt{WS_{TT}(n)WS_{qq}(n)}$ が定義できる (図1)。これは、スケール空間における両者の相関係数に相当する。よって、 $|WR_{Tq}(n)|$ を指標にしてバンドパス法のバンドパス領域を設定することが可能である (Asanuma et al., 2005)。

また、スカラー間の相関は直交ウェーブレット変換によるウェーブレット係数間の相関関係からも調べることが可能である。図2よりほとんどのウェーブレットモードが正の相関を示すのに対し、一部のモードが逆相関となっていることが明らかである。このような逆相関モードを取り除くフィルターとして、ウェーブレット変換が利用できる。

また、 CO_2 フラックスの長期観測結果に、連続ウェーブレット変換を適用することによって、大気-生態系相互作用の主たるスケールを抽出する事が可能である。図3は1年間の日平均 CO_2 フラックスへの適用例で、年周期的変動に加えて、降雨の周期に相当する10日以内の変動が夏季にのみ存在することが明らかである。

参考文献

- Asanuma J., Ishikawa H., Tamagawa I., Ma Y., Hayashi T., Qi Y. and Wang J. (2005): Water Resour. Res. In press
Chui C. (1992): An Introduction to Wavelets, volume 1 of *Wavelet Analysis and Its Application*. Academic Press
Li S.G., Asanuma J., Kotani A., Eugster W., Davaa G., Oyunbaatar D. and Sugita M. (2005): Global Change Biology. (submitted)

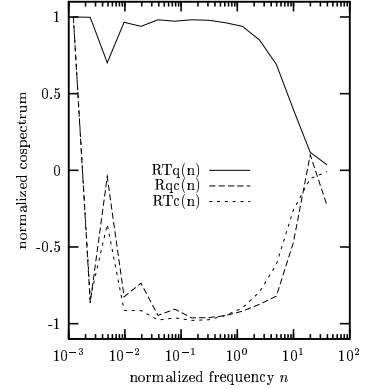


図1 温度・水蒸気・二酸化炭素間のコヒーレンシスペクトルの例。

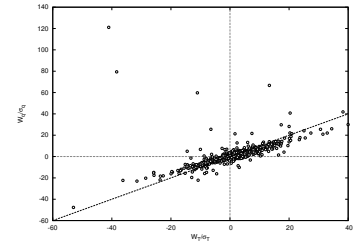


図2 温度・水蒸気のウェーブレット係数の相関関係

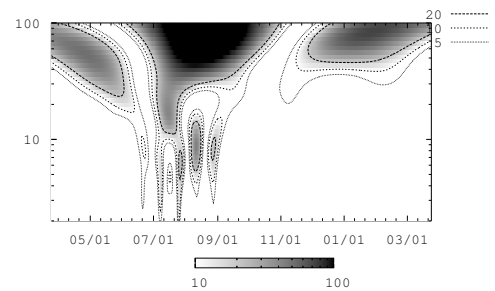


図3 日積算 CO_2 フラックス観測値への連続ウェーブレットの適用例。縦軸の単位は日。