

Lagrange 表記による波動の数値解析

西村 仁嗣 (筑波大学構造工学系)

武若 聡 (筑波大学・院・工学研究科)

水面波動を支配する最大の要因は自由表面の非線型な境界条件であり、数値解析においてはその適切な取り扱いが計算全体の精度を決定づける。波動の数値解析には多くの場合 Euler 座標系が用いられてきた。しかしながらこの座標系では自由表面の取り扱いが不正確となり、ここに計算の誤差が集中する傾向がある。Lagrange 座標系を用いると表面条件の取り扱いが容易となる反面、

- (1) 流体粒子の位置を変数とするために、運動方程式が時間に関する2階の微分項を含み、原理的に2重の数値積分が必要となる。
 - (2) 運動方程式、連続式が共に非線型となる、
 - (3) 差分計算を行う際に変数と方程式を共に合理的に離散化する計算スキームが存在しない、
- といった問題が生じる。

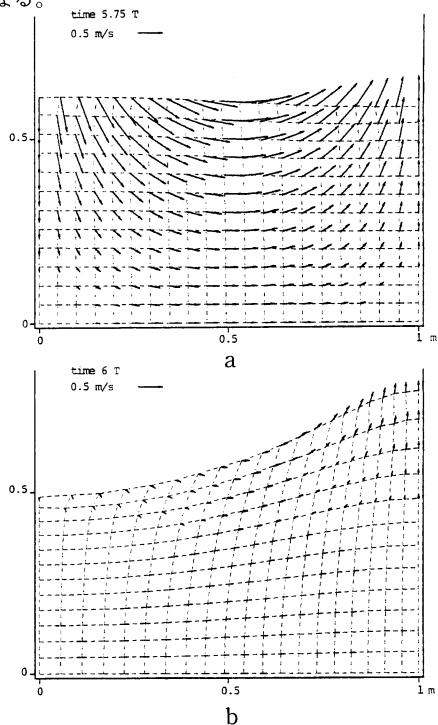
本研究では自由表面の取り扱いの厳密さを追求することに主眼を置き、Lagrange 座標系に基づく2つの差分解析法を提示し、上述の問題点の克服を図った。

水粒子速度を未知量とする方式：ここでは各方向の流速成分が連続式、非回転条件式および表面、底面ならびに側面の各境界条件式を満足するように決定する。水粒子の位置は得られた流速を積分する形で決定される。ここでは圧力は計算中に陽に現われず、必要に応じて運動方程式から算定する。流体粒子位置、流速はパラメトリック平面に方形格子を設定し離散化する。流速は各差分式から構成される連立1次方程式を解くことによって求められる。

圧力を未知量とする方式：圧力場が与えられた場合、運動方程式から水粒子の加速度が知られ、その2回の時間積分を経て新たな水粒子位置が算定される。結果的に得られる水粒子の配列が連続式を満たすように各点の圧力を決定する。この方法は流体粒

子が圧力勾配に応じて運動する様子を最も素直に表現したものと言える。さらに、上述の手法と比較して次数が小さく、支配式が基本的にポアソン型であるために行列の形が良好である。

各計算方法の妥当性を検証するために方形タンク内の2次元スロッシングの解析を行った。第1図に得られた計算格子の変形及び内部流速分布を例示する。計算された水位の時間変動は解析解と良い一致を示す。計算結果はいずれの方法を用いても大きく異なることはない。しかしながら、さらに格子変形が進行すると格子間のカップリングによる不安定、特に圧力を未知量とする方式では渦度の累積が問題となる。



第1図 計算例