

ヘリコプター回転翼の計算格子形成

Grid Generation of a Helicopter Rotary Wing

Alain CARCASSES*・吉澤 能政**

Alain CARCASSES, Yoshimasa YOSHIZAWA

1. はじめに

近年、ナビエ・ストークス方程式の数値解析法が急速に進展し、スーパーコンピュータの実用化も幸いして従来殆ど不可能と考えられてきた三次元形状の現実の航空機まわりの流れの数値計算が実現し始めてきた (Obayashi *et al.*, 1987)。しかし、スーパーコンピュータを利用しても計算時間はまだまだかなり大きい (文献1の例で約10時間である) し、流れの分解能も設計のあらゆる要請に応じられる段階といえないが、航空機の基本設計には十分役にたつ情報が得られるようになった。

しかし、ヘリコプターの回転翼については空気力学上の多くの問題が関係してきて非常に複雑となるため、まだ数値解析で問題が解ける段階になっていない (Stepniewski and Keys, 1984; Johnson, 1980, 1986)。ヘリコプター回転翼の数値解析上の難点の主なものを以下に示すと、(1)翼の回転運動のため三次元形状の解析が重要で、二次元モデルによる計算はあまり意味がない。(2)高速回転のため回転翼の先端付近では流れが遷音速になり、気体の圧縮性効果を考える必要がある。(3)回転翼面上での気流の剝離を正確に記述するため、少くとも回転翼表面近くではナビエ・ストークス方程式か、薄層近似をしたナビエ・ストークス方程式を用いる必要がある。これは回転翼の失速特性を推定するために重要となる。(4)前進飛行時には回転翼の前進側と後退側

で揚力の釣合をとるため、翼の回転と同期した迎角の変動を考慮しないとイケない。これは本質的に非定常の現象である。(5)静止飛行時 (ホバリング状態) には回転翼の翼端から流出する翼端渦が下方にスパイラル状に流れ去るが、この翼端渦が回転翼近くの気流に影響を及ぼすので後流の計算領域を広くとらなければならない。(6)現実のヘリコプターでは回転翼の下方に胴体があるので、設計データという観点からは後流と胴体の干渉も重要なファクターとなる。(7)これらの他、非定常空気力と回転翼の曲げ・振れとの連成による自励振動 (フラッター現象) も面白い問題であるが、工学的には事実上この種の振動を避けれる設計法が確立している。しかし、原理的に解明されたというわけではない。

これらの内、(1), (2), (3)は冒頭に述べた現実の三次元形状航空機まわりの流れの計算では部分的にせよ既に十分考慮され、数値計算の経験の蓄積もかなりの量に達している (Obayashi *et al.*, 1987)。ヘリコプター回転翼の場合は、上記(1), (2), (3)の他に(4), (5), (6), (7)の項目を目的に応じて組合せて問題を定式化しなければならないことが、問題を難かしくし、これ迄殆ど扱かれていない理由であろう。(4)以下の項目は同時にすべて計算に組み込む必要はないが、どれをとっても現在の空気力学の数値解析ではかなり困難な因子である。

この論文はこれらの問題を直接取組むことが目的ではなく、その準備段階としてヘリコプター回転翼

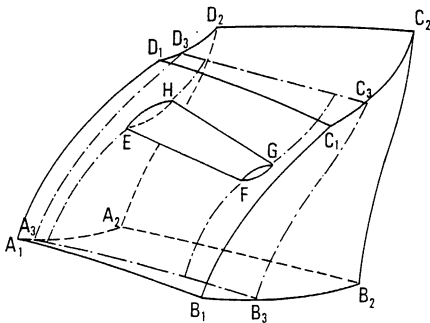
* 筑波大学理工学研究科研究生 ** 筑波大学構造工学系

まわりの気流の数値計算に必要な一般曲線座標系による計算格子形成法を扱ったものである。ヘリコプター回転翼に対する一般曲線座標系の作成にあたって考慮すべき条件として、以下の条件を考える。(a)回転翼の上下表面と、回転翼後縁から流出する渦度集中面に一般曲線座標の一つの面をあわせる。(b)その面の近くでは細かい座標面を作る。(c)回転翼表面近くでは薄層近似のナビエ・ストークス方程式の計算に都合のよいように座標系の直交性を要求する。(d)ヘリコプターでは2~4枚の回転翼があるので、1枚あたりの計算領域を考える。各領域間の境界には周期的境界条件を適用する。(e)必要に応じて面間隔を制御することができる。(f)滑らかな座標系でないと流れ場の計算の収束性に問題がおこる。

これらの条件を考慮して、ラプラスの式をみたす曲線座標 $\vec{\xi}$ を考える。座標格子点の粗密を調節するために制御関数 \vec{P} を右辺の強制項に用いるから、結局三次元空間のポアソンの式を解けばよい。ここで問題になるのは上の(a)の条件である。(a)をみたすには事前に後流の概略の形状を知らねばならない。実際には、渦面近似法とか、実験データを利用して流れの大局的構造を推定して、初期条件としての一般曲線座標系をきめ、以後は計算の進行に応じて座標系を適宜修正していくことになる。

2. 一般曲線座標系

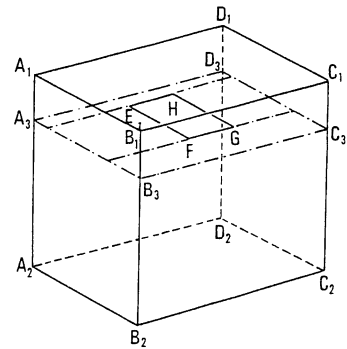
考える対象のヘリコプター回転翼1枚あたりの計算領域を第1図に示す。回転翼が2枚の場合は、こ



第1図 回転翼1枚あたりの計算領域

の領域はほぼ半円柱状になる。面 $A_1 B_1 C_1 D_1$ は次の回転翼のうけつ領域での面 $A_2 B_2 C_2 D_2$ とつながるから、周期的境界条件が適用できるが、面 $C_1 C_2 D_2 D_1$ は回転翼上方の境界、面 $A_1 B_1 B_2 A_2$ は下方の境界を示し、周期的境界条件は適用できない。下方の境界は静止飛行時には後流の影響を正しく計算に入れるため、かなり広い領域を含むように十分下方に設定しなければならない。

第1図の3次元物理空間 $\vec{r} = (x, y, z)^T$ に対して適当な一般曲線座標系 $\vec{\xi} = (\xi^1, \xi^2, \xi^3)^T$ を作ることを考える。翼のまわりの写像は、C型、O型の切断による方法もあるが、ここでは第2図に示すような面切断型を選ぶ。これは後流の計算が広い領域にわたること、ヘリコプター回転翼が一般に薄翼であることが多いため翼前後の処理が比較的容易になることによる。



第2図 曲線座標系 (ξ^1, ξ^2, ξ^3)

ほぼ流れに沿った面 $A_3 B_3 C_3 D_3$ を第1図の物理面に想定し、この面が回転翼の上下面を含むように曲線座標系を考える。回転翼の上下面は一枚の $\xi_2 =$ 一定の面に写像されるが、この面は上側が翼上面に、下側が翼下面に対応することになり、翼の体積部分は曲線座標系では消失している。

さて曲線座標系 $\vec{\xi}$ がラプラスの式をみたし、場所によって座標系格子点の集中を行うことができるようにすると、 $\vec{\xi}$ のみたす方程式は

$$\nabla^2 \vec{\xi} = \vec{P} \quad (1)$$

で与えられる。ここで ∇^2 は \vec{r} 空間のラプラス演

算子で、格子制御関数 $\vec{P} = (P_1, P_2, P_3)^T$ は \vec{r} の関数である。 ξ^i = 一定の面の一部にヘリコプター回転翼面が対応するように曲線座標系 $\vec{\xi}$ を作るが、実際には $\vec{\xi}$ 空間で物理空間の各位置 \vec{r} を指定するように、問題を逆の形で与える方が便利である。(1)式を $\vec{\xi}$ を独立変数、 \vec{r} を従属変数とするように変換すると、テンソル表示を用いて

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g^{ij} \vec{r}_{\xi^i \xi^j} + \sum_{k=1}^3 g^{kk} P_k \vec{r}_{\xi^k} = 0 \quad (2)$$

が得られる (Thompson *et al.*, 1985)。ここで、 g^{ij} は反変テンソルで

$$g^{ij} = \nabla \xi^i \cdot \nabla \xi^j = g^{ji} \quad (3)$$

である。 \vec{r}_{ξ^k} 、 $\vec{r}_{\xi^i \xi^j}$ は偏微分を示し、

$$\vec{r}_{\xi^k} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \xi^k}, \quad \vec{r}_{\xi^i \xi^j} = \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial \xi^i \partial \xi^j} \quad (4)$$

である。

(2)式は非線型ではあるが、2階の微係数について線型であり、楕円型であるので、境界条件を指定し、制御関数 P_k を与えると、近似的に解くことができる。

境界条件は、ヘリコプター回転翼面を含めて $\vec{\xi}$ 空間の境界面で法線が境界面内の接線と直交する条件から求めることができる。今 ξ^l = 一定の境界面を考えると

$$\vec{r}_{\xi^l} \cdot \vec{r}_{\xi^l} = |\vec{r}_{\xi^l}| = g_{ll} \quad (5a)$$

$$\vec{r}_{\xi^l} \cdot \vec{r}_{\xi^m} = 0 = g_{lm} \quad (5b)$$

$$\vec{r}_{\xi^l} \cdot \vec{r}_{\xi^n} = 0 = g_{ln} \quad (5c)$$

が得られる。ここで g_{ll} などは共変テンソルである。 ξ^l = 一定の境界面上で (ξ^m, ξ^n) の格子点に対応する \vec{r} を指定すると \vec{r}_{ξ^m} 、 \vec{r}_{ξ^n} はその面内で与えられる。(5a) で $|\vec{r}_{\xi^l}|$ を指定すると (5a) ~ (5c) は \vec{r}_{ξ^l} の3成分に対する連立方程式となり、容易に解くことができる。 $|\vec{r}_{\xi^l}|$ 、すなわち g_{ll} を指定することは、境界面 ξ^l = 一定のすぐ次の面をきめることに対応する。

さて、(2)式に \vec{r}_{ξ^l} を内積的にかけると

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g^{ij} \vec{r}_{\xi^i} \cdot \vec{r}_{\xi^j} + g^{ll} g_{ll} P_l = 0$$

が得られる。ここで (5b)、(5c) を用いている。これを变形すると境界面における制御関数 P_l が、

$$P_l = -\vec{r}_{\xi^l} \cdot \left[\frac{\vec{r}_{\xi^l \xi^l}}{g_{ll}} + \frac{g_{nn} \vec{r}_{\xi^m \xi^m} - 2g_{mn} \vec{r}_{\xi^m \xi^n} + g_{mm} \vec{r}_{\xi^n \xi^n}}{g_{mm} g_{nn} - g_{mn}^2} \right] \quad (6)$$

と評価できる。同様に(1)式に \vec{r}_{ξ^m} 、 \vec{r}_{ξ^n} を内積的にかけると

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g^{ij} \vec{r}_{\xi^m} \cdot \vec{r}_{\xi^i \xi^j} + P_m g^{mm} g_{mm} + P_n g^{nn} g_{nn} = 0$$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g^{ij} \vec{r}_{\xi^n} \cdot \vec{r}_{\xi^i \xi^j} + P_m g^{mm} g_{mn} + P_n g^{nn} g_{nn} = 0$$

が得られ、この2式から P_m 、 P_n を求めると

$$P_m = -\left(\vec{r}_{\xi^m} - \frac{g_{mn}}{g_{nn}} \vec{r}_{\xi^n} \right) \cdot \left[\frac{\vec{r}_{\xi^l \xi^l}}{g_{ll}} + \frac{g_{nn} \vec{r}_{\xi^m \xi^m} - 2g_{mn} \vec{r}_{\xi^m \xi^n} + g_{mm} \vec{r}_{\xi^n \xi^n}}{g_{mm} g_{nn} - g_{mn}^2} \right] \quad (7)$$

と、 m, n を交換した形の P_n が求まる。ここで、 $\vec{r}_{\xi^l \xi^l}$ 以外の量はすべて評価できることが重要である。

ここで求めた格子制御関数は境界面上に限られるもので、それも $\vec{r}_{\xi^l \xi^l}$ を与えないと完全ではない。基礎方程式は(2)式で、未知数は $\vec{r}(\xi^1, \xi^2, \xi^3)$ である。一般には計算領域内で格子制御関数を外部から与えてもよいが、流れの計算では格子の集中を必要とする領域は境界近傍を積極的に制御し計算領域の内部は適当な内挿法で評価していく方がよいと考えられる。

3. 計算の手順

(2)式を解くのに以下のような手順を採用する。

- ① 3次元空間内挿法を用いて座標点 $\vec{r}(\xi^1, \xi^2, \xi^3)$ の第1近似を用いる。
- ② 格子制御関数の計算を行なう。
- ③ 準線形楕円型方程式(2)をSOR法で解く。
- ④ その結果得られた線型方程式を共役勾配法で解く。
- ⑤ 収束するまで③、④の手順を繰り返す。

⑥格子制御関数が収束するまで②から繰り返す。
ここで用いた方法を以下の節で説明する。

4. 3次元空間内挿法

3次元空間での内挿法は1次元空間と異なり、各座標で独自の内挿を行うと境界で値が一致しない。それを避けるためにブール和による各座標の内挿の組み合わせを用いる必要がある。

ξ^1 座標について1次元の内挿関数を $I_{\xi^1}(\vec{r})$ と書く。これは、例えば次のように表わされる。

$$I_{\xi^1}(\vec{r}) = \frac{\xi^1_{max} - \xi^1}{\xi^1_{max} - \xi^1_{min}} \vec{r}(\xi^1_{min}, \xi^2, \xi^3) + \frac{\xi^1 - \xi^1_{min}}{\xi^1_{max} - \xi^1_{min}} \vec{r}(\xi^1_{max}, \xi^2, \xi^3) \quad (8)$$

これを ξ^2, ξ^3 座標についても構成し、3次元空間に対して、 $I_{\xi^1}I_{\xi^2}I_{\xi^3}\vec{r}$ を考えると一般に空間の交線軸や、空間要素面に対して正しく内挿を記述することができない。これを避けるためにブール和による合成を考える。2次元では、この合成は

$$I_{\xi^1} \oplus I_{\xi^2} = I_{\xi^1} + I_{\xi^2} - I_{\xi^1}I_{\xi^2} \quad (9)$$

で与えられるし、3次元では

$$I_{\xi^1} \oplus I_{\xi^2} \oplus I_{\xi^3} = I_{\xi^1} + I_{\xi^2} + I_{\xi^3} - I_{\xi^1}I_{\xi^2} - I_{\xi^2}I_{\xi^3} - I_{\xi^3}I_{\xi^1} + I_{\xi^1}I_{\xi^2}I_{\xi^3} \quad (10)$$

と定義すると、各格子点、各座標軸上で正しい内挿を実現することができる。

すると第一近似としての $\vec{r}(\xi^1, \xi^2, \xi^3)$ は、

$$\begin{aligned} \vec{r}(\xi^1, \xi^2, \xi^3) &= I_{\xi^1} \oplus [I_{\xi^2} \oplus I_{\xi^3}] \vec{r} = [I_{\xi^2} \oplus I_{\xi^3}] \vec{r} \\ &+ \frac{\xi^1_{max} - \xi^1}{\xi^1_{max} - \xi^1_{min}} \left[\vec{r}(\xi^1_{min}, \xi^2, \xi^3) \right. \\ &- I_{\xi^2} \oplus I_{\xi^3} \vec{r}(\xi^1_{min}, \xi^2, \xi^3) \left. \right] \\ &+ \frac{\xi^1 - \xi^1_{min}}{\xi^1_{max} - \xi^1_{min}} \times \left[\vec{r}(\xi^1_{max}, \xi^2, \xi^3) \right. \\ &- I_{\xi^2} \oplus I_{\xi^3} \vec{r}(\xi^1_{max}, \xi^2, \xi^3) \left. \right] \quad (11) \end{aligned}$$

と与えることができる。ここで

$$\begin{aligned} I_{\xi^2} \oplus I_{\xi^3} \vec{r}(\xi^1, \xi^2, \xi^3) &= I_{\xi^3} \vec{r} + \frac{\xi^2_{max} - \xi^2}{\xi^2_{max} - \xi^2_{min}} \\ &\times \left[\vec{r}(\xi^1, \xi^2_{min}, \xi^3) - I_{\xi^3} \vec{r}(\xi^1, \xi^2_{min}, \xi^3) \right] \\ &+ \frac{\xi^2 - \xi^2_{min}}{\xi^2_{max} - \xi^2_{min}} \left[\vec{r}(\xi^1, \xi^2_{max}, \xi^3) \right. \\ &- I_{\xi^3} \vec{r}(\xi^1, \xi^2_{max}, \xi^3) \left. \right] \quad (12) \end{aligned}$$

である。

この3次元空間内挿法は格子制御関数についても適用できて、境界上で与えられた P_1, P_2, P_3 について

$$\vec{P}(P_1, P_2, P_3) = I_{\xi^1} \oplus I_{\xi^2} \oplus I_{\xi^3} \vec{P} \quad (13)$$

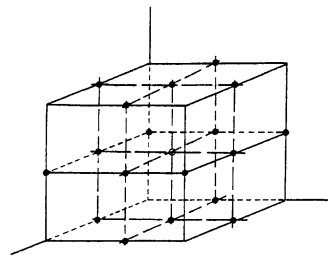
と初期の推定格子制御関数を与える。

5. 逐次加速緩和法 (SOR法)

通常の二次精度中心差分により(2)式を差分化すると、着目している (l, m, n) 点のまわりで(2)式に現れる未知量の座標点は第3図に示すように、自からを含めて19点になる。これを ξ^l —一定の面について、未知数を x_l 、(2)式の差分化の式を F_l で表わすと、

$$\begin{aligned} F_l(x_0, x_1, x_2) &= 0 \\ &\vdots \\ F_l(x_{l-1}, x_l, x_{l+1}) &= 0 \\ &\vdots \\ F_p(x_{p-1}, x_p, x_{p+1}) &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

となる。ただし $\xi^l=0$ と $\xi^l=p+1$ は両端の境界面を表わす。 x^l に含まれる点の数は ξ^m, ξ^n の分点の



第3図 (l, m, n) 点まわりの差分に必要な19点の関係

積 qr になり, F_l も同じ数の差分方程式を含むことになる。

さて(14)式の奇数番, 偶数番でまとめて並べかえると

奇数組:

$$\begin{aligned} F_1(x_0, x_1, x_2) &= 0 \\ F_3(x_2, x_3, x_4) &= 0 \\ &\vdots \\ F_{2l+1}(x_{2l}, x_{2l+1}, x_{2l+2}) &= 0 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (15)$$

偶数組:

$$\begin{aligned} F_2(x_1, x_2, x_3) &= 0 \\ F_4(x_3, x_4, x_5) &= 0 \\ &\vdots \\ F_{2l}(x_{2l-1}, x_{2l}, x_{2l+1}) &= 0 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (16)$$

上記の組分けに従って, F, x を

$$\begin{aligned} F &= (F_1, F_3, \dots, F_{2l+1}, \dots, F_2, F_4, \dots, F_{2l}, \dots)^T \\ x &= (x_1, x_3, \dots, x_{2l+1}, \dots, x_2, x_4, \dots, x_{2l}, \dots)^T \end{aligned}$$

と書く。

逐次加速緩和法は, ν を繰り返しの回数として

$$D(x^{\nu+1/\nu})x^{\nu+1} = D(x^{\nu+1/\nu})x^\nu - \omega F(x^{\nu+1/\nu}) \quad (17)$$

となる。ここで

$$D = \text{diag} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_3}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial F_{2l+1}}{\partial x_{2l+1}} & \dots \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \frac{\partial F_4}{\partial x_4} & \dots & \frac{\partial F_{2l}}{\partial x_{2l}} & \dots \end{bmatrix} \quad (18)$$

である。これをもう少し具体的に示すと, 奇数組に対して,

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial x_1}(x_0, x_1^\nu, x_2^\nu)x_1^{\nu+1} &= \frac{\partial F_1}{\partial x_1}(x_0, x_1^\nu, x_2^\nu)x_1^\nu \\ &\vdots \\ &\quad - \omega F_1(x_0, x_1^\nu, x_2^\nu) \\ \frac{\partial F_{2l+1}}{\partial x_{2l+1}}(x_{2l}^\nu, x_{2l+1}^\nu, x_{2l+2}^\nu)x_{2l+1}^{\nu+1} \\ &= \frac{\partial F_{2l+1}}{\partial x_{2l+1}}(x_{2l}^\nu, x_{2l+1}^\nu, x_{2l+2}^\nu)x_{2l+1}^\nu \\ &\vdots \\ &\quad - \omega F_{2l+1}(x_{2l}^\nu, x_{2l+1}^\nu, x_{2l+2}^\nu) \end{aligned} \quad (19)$$

偶数組に対して

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2}{\partial x_2}(x_1^{\nu+1}, x_2^\nu, x_3^{\nu+1})x_2^{\nu+1} \\ &= \frac{\partial F_2}{\partial x_2}(x_1^{\nu+1}, x_2^\nu, x_3^{\nu+1})x_2^\nu \\ &\vdots \\ &\quad - \omega F_2(x_1^{\nu+1}, x_2^\nu, x_3^{\nu+1}) \\ \frac{\partial F_{2l}}{\partial x_{2l}}(x_{2l-1}^{\nu+1}, x_{2l}^\nu, x_{2l+1}^{\nu+1})x_{2l}^{\nu+1} \\ &= \frac{\partial F_{2l}}{\partial x_{2l}}(x_{2l-1}^{\nu+1}, x_{2l}^\nu, x_{2l+1}^{\nu+1})x_{2l}^\nu \\ &\vdots \\ &\quad - \omega F_{2l}(x_{2l-1}^{\nu+1}, x_{2l}^\nu, x_{2l+1}^{\nu+1}) \end{aligned} \quad (20)$$

となる。(19)の組は, 偶数番の変数 x_{2l} を既知として奇数番の変数 x_{2l+2} に対する線形連立方程式の集合であり, (20)の組は, (19)で解かれた x_{2l} を既知として偶数番の変数 x_{2l} に対する線形連立方程式の集合である。

これらの連立方程式を解くには共役勾配法を用いる。(19), (20)に現れる線形連立方程式をそれぞれ

$$A_0^{\nu} \cdot x_0^{\nu+1} = R_0^{\nu} \quad (21)$$

$$A_E^{\nu+1/\nu} \cdot x_E^{\nu+1} = R_E^{\nu+1/\nu} \quad (22)$$

と略記する。ここでこの略記の内容は

$$A_0^{\nu} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial F_1}{\partial x_1} \right|^\nu & & & & 0 \\ & \left. \frac{\partial F_3}{\partial x_3} \right|^\nu & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \left. \frac{\partial F_{2l+1}}{\partial x_{2l+1}} \right|^\nu \\ 0 & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

$$x_0^{\nu+1} = (x_1^{\nu+1}, x_3^{\nu+1}, \dots, x_{2l+1}^{\nu+1}, \dots)^T \quad (23)$$

$$R_0^{\nu} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1}(x_0, x_1^\nu, x_2^\nu)x_1^\nu - \omega F_1(x_0, x_1^\nu, x_2^\nu) \\ \vdots \\ \frac{\partial F_{2l+1}}{\partial x_{2l+1}}(x_{2l}^\nu, x_{2l+1}^\nu, x_{2l+2}^\nu)x_{2l+1}^\nu \\ \vdots \\ -\omega F_{2l+1}(x_{2l}^\nu, x_{2l+1}^\nu, x_{2l+2}^\nu) \end{bmatrix}$$

と与えられる。ここで λ_0 は $I - \omega_0(D - \omega_0 R)A$ のスペクトル半径であり、 ω_0 は初期設定値である (1 か 1 より少し大きい値でよい)。 λ_0 はある程度計算が進むと

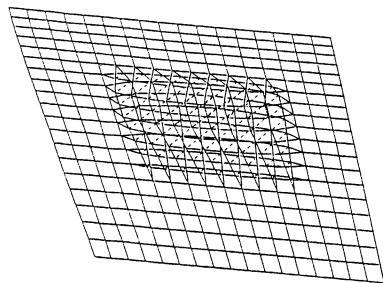
$$\frac{\|\bar{X}^{\nu+2} - \bar{X}^{\nu+1}\|}{\|\bar{X}^{\nu+1} - \bar{X}^{\nu}\|} \cong \lambda_0^2 \quad (33)$$

で評価できるので、(32)から β^2 を求めて ω_0 をきめることになる。

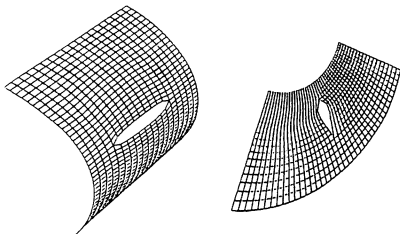
6. 計算結果と考察

上記の方法で行った座標形成結果を以下に示す。第4図は格子分点を ξ^1, ξ^2, ξ^3 について $20 \times 40 \times 20$ としたもので、制御関数による格子操作をしていないものである。格子点が粗いために回転翼面の記述は精度がよくないし、翼前後附近の曲率が大きい部分で直交性があまりよくない。第4図(a)は $\xi^2=0$ 、すなわち回転翼面を含む面の物理空間を示した図である。第4図(b)は回転翼の翼幅方向に $\xi^1=6$ の面できりとった図で、気流はこの面にはほぼ垂直な方向に流れる。第4図(c)は翼流方向に沿って $\xi^3=6$ の面できりとったものである。

第5図(a), (b)は第4図(b), (c)に対応した図だが翼



a) $\xi^2=0$ 翼表面の座標

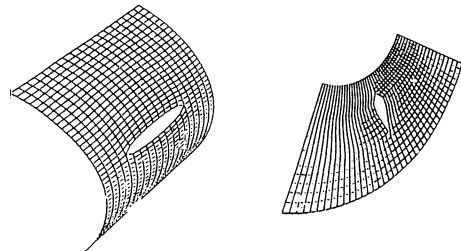


b) $\xi^1=6$

c) $\xi^3=6$

第4図 (ξ^1, ξ^2, ξ^3) = $20 \times 40 \times 20$ の翼表面の座標系 (制御関数なし)

面上の直交性を要求した制御関数を組みこんだ計算例である。翼面上での座標が第4図に比べて改善されていることがわかる。



a) $\xi^1=6$

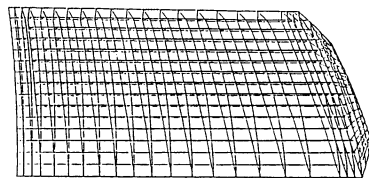
b) $\xi^3=6$

第5図 翼表面の座標系 ($20 \times 40 \times 20$) (制御関数あり)

第6図は格子点の数を $40 \times 40 \times 40$ とした場合の翼の形状を示したものである。この翼に対して制御関数をいれずに作成した格子面を第7図(a), (b), (c)に示す。(a)は $\xi^2=0$ の翼上下面を含む面で、(b)は $\xi^1=20$ の翼流方向の断面、(c)は $\xi^3=20$ の翼幅方向の断面である。(a), (c)で翼端の曲率をもった部分の座標が歪みが大きく、改善の余地がある。これは三次元性の強い曲面部分を翼面上だけで細かい格子の指定をして、対応する外部境界上の格子点の配慮が不足したためである。現在の格子作成法では、境界条件の自動修正はまだみこんでいないのでこれらの結果を眺めながら改良していくことになるが、適切な評価関数を選ぶことにより自動的に修正を続けるプログラムも可能である。

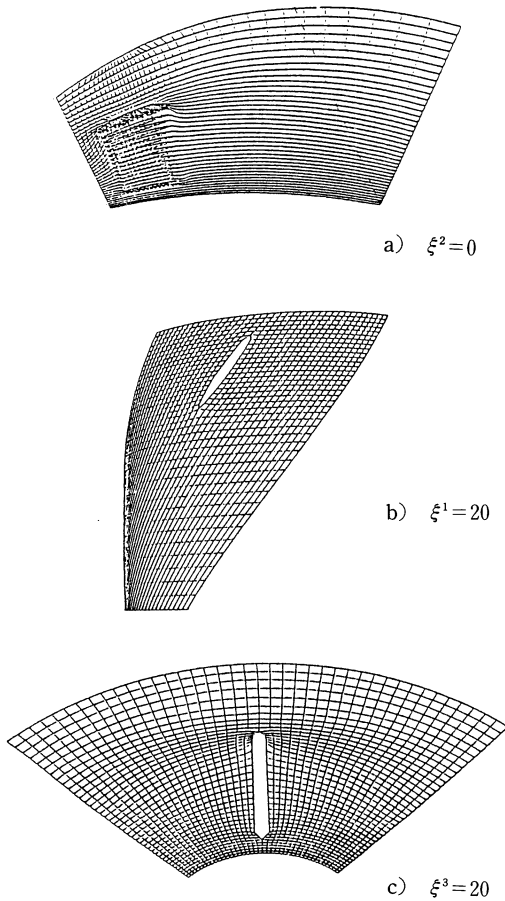
第8図に第7図(b)に対応した計算で制御関数を組みこんだ $\xi^1=20$ の面を示す。境界面での直交性が著しく改善されたことがわかる。

これらの結果は、まだ現実のヘリコプター回転翼

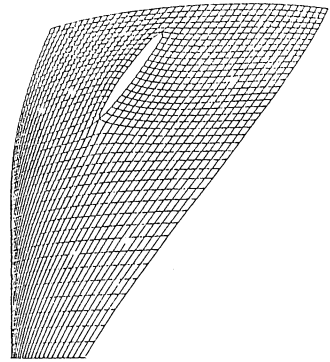


第6図 (ξ^1, ξ^2, ξ^3) = $40 \times 40 \times 40$ の翼形状

に対するものでなく、この報告で述べた格子生成法のプログラムがうまく作動するかどうかの中間段階のものである。これらの図を一見してわかるように、翼面上での境界層を計算するための密な格子も実際の流れの計算には必要である。(8)式で用いた内挿法は全体を均等に分割するもので局所的に粗密な部分をつけるには、(8)式の代りに重味関数 $\theta(\xi^1)$ をつけ



第7図 翼表面の座標系 (40×40×40)
制御関数なしの場合



第8図 40×40×40での $\xi^1=20$ における座標系。
制御関数がある場合

$$I_{\xi^1}(\vec{r}) = \vec{r}(\xi_{min}^1, \xi^2, \xi^3) + \theta(\xi^1) \frac{\vec{r}(\xi_{max}^1, \xi^2, \xi^3) - \vec{r}(\xi_{min}^1, \xi^2, \xi^3)}{\xi_{max}^1 - \xi_{min}^1} \times (\xi^1 - \xi_{min}^1)$$

とすればよい。ただし、 $\theta(\xi_{min}^1)=0$ 、 $\theta(\xi_{max}^1)=1$ で $0 \leq \theta(\xi^1) \leq 1$ とする。

計算例は大きい方で格子点の数が64000、小さい方でも16000で、結局はこれだけの連立方程式を解く問題に帰着する。一見してかなり計算手数が多いように見えるが64000個の場合FACOM 382で約5分で収束解を得ることができた。しかし現実の翼計算では格子点が100万をこすものになることも予想されるので、更に効率化を図る必要がある。比較的単純な改良はADI法が考えられるし、最近提案された不完全分解共役残差法 (Oyanagi, 1986) も計算の効率化に有用と思われる。

文 献

- Collatz, L. (1966) : *Functional analysis and numerical mathematics*. Academic Press.
- Johnson, W. (1980) : *Helicopter theory*. Princeton University Press.
- Johnson, W. (1986) : Recent developments in rotary wing aerodynamic theory. *AIAA J.*, **24**, 1219-1244.

Obayashi, S., Fujii, K. and Takanashi, S. (1987) :
Toward the Navier-Stokes analysis of transport
aircraft configurations. *AIAA-87-0428*.

Oyanagi, Y. (1986) : An incomplete LDU decompo-
sition of lattice fermions and its application to
conjugate residual methods. *Computer Physics*

Comm., **42**, 333-343.

Stepniewski, W. Z. and Keys, C. N. (1984) :
Rotary-wing aerodynamics. Dover Publication.

Thompson, J. F., Warsi, Z. U. A. and Mastin, C. W.
(1985) : *Numerical grid generation*. North-
Holland.