

# 不飽和帯における土壤水の運動

## Soil Water Movements in the Unsaturated Zone

開發 一郎\*

Ichirou KAIHOTSU

### I はじめに

不飽和帯中の土壤水の移動はマクロ的にはいわゆる不飽和流として取り扱われ、一般的には拡張されたダルシーの式と連続の式を用いて数学的に表現されることはよく知られている。Briggs (1897) 以来、土壤水の移動に関する種々の研究がなされ、Richards (1931) の毛管ポテンシャル方程式を基に、現在では土壤水の移動の研究の多くは数値計算を伴うものになってきている。

しかし、現実の土壤水の移動現象の研究を行う場合、対象とする現象の時間・空間スケールの問題ばかりでなく、多孔質媒体の間隙構造や粒子構成、間隙空気の挙動、温度、溶存物質ひいては多孔質媒体自身の時間変化等の問題からやはり未だに量的に満足のいく結果が得られるることは少ない。これらの問題についてはすでにそれぞれ多くの研究があり、とくに最近では地中水の汚染防止の立場から、不飽和土中の多相混和流に関する研究（例えば van Genuchten and Jury, 1987）が注目されている。この様な種々の土壤水の運動に関する研究において、不飽和流の支配方程式および土壤媒体の構造そのものを議論することは非常に基本的で重要である。

本論はこの様な立場から、現在の土壤水の運動の物理的概念の形成について振り返ると共に、不飽和流の基本運動式と土壤間隙と流れの問題について研究メモ的に若干の論評を試みるものである。

### II 土壤水の運動理論

#### 1 毛管ポテンシャルエネルギー概念

不飽和帯の土壤中の水は、毛管力、吸着力、浸透力、体積力（重力と遠心力）の力の釣合の下で間隙間や土粒子表面に保持されている。土壤中の水はこれらの作用力に対応して毛管水、吸湿水または吸着水および水蒸気に分けられる。一般に吸湿水または吸着水は毛管水に比べるとはるかに非運動的である。従って、土壤中の液状水分移動の不飽和流に大きく寄与するのは毛管力と重力の作用力が支配的な毛管水ということになる。間隙水である毛管水は土粒子間隙に張られたメニスカスによって支えられ、このメニスカスの毛管力と重力が物理的には間隙水に優勢に作用している力である。しかし、間隙水のこの毛管力をポテンシャルエネルギーとして明確に定義するには時間を要した。

毛管ポテンシャルエネルギー概念の土台は Briggs (1897) の負圧（吸引圧）と水分量の一価性の関係の提示にあり、Buckingham (1907) の毛管ポテンシャル (capillary potential) はこの関係から生まれている。Gardner et al. (1922) は Buckingham (1907) の毛管ポテンシャル概念の力学的な不備を正して毛管ポテンシャルを「土壤中の単位質量の水を、ポテンシャルが0である自由水面から問題としている点まで動かすのに要する仕事」と明確に定義した。つまり毛管ポテンシャル  $\psi$  は

\*広島大学総合科学部

$$\psi = \int \frac{1}{\rho_w} dp \quad (1)$$

である。ここで  $\rho_w$  は水の密度で  $p$  は大気圧を基準とした水の圧力である。

## 2 不飽和流の支配方程式

Richards (1931) は、不飽和多孔質媒体中の水の流れに対して圧力ポテンシャル (pressure potential) と毛管ポテンシャルが全く同じエネルギー概念であるとしてポテンシャル方程式を導いている。つまり飽和流の運動に対して用いられているダルシーの経験式に不飽和透水係数 (透水係数  $K$  と毛管ポテンシャルの一価性の関係) の概念を導入し、多孔質媒体は不飽和でありながら移動液体を部分的に飽和で流れる毛管流と仮定して不飽和流のダルシー式

$$\mathbf{V} = -K(h) \operatorname{grad} H \quad (2)$$

を示した。この(2)式と連続の式

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\operatorname{div} \mathbf{V} \quad (3)$$

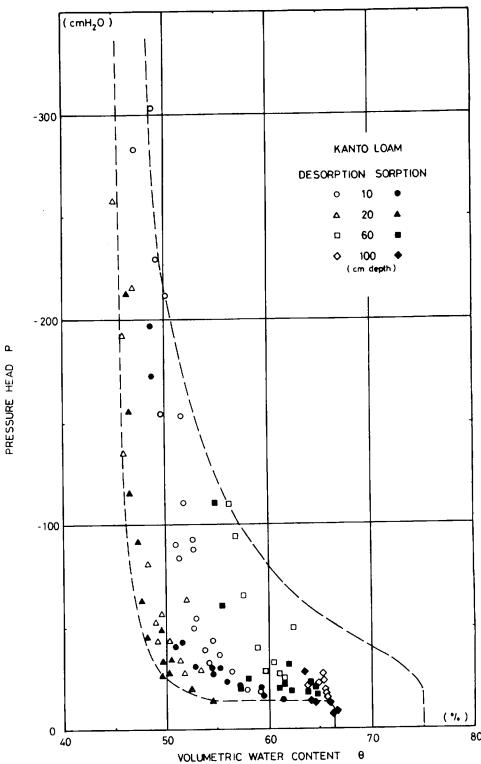
より

$$C \frac{\partial h}{\partial t} = \operatorname{div}(K(h) \operatorname{grad} H) \quad (4)$$

という意味の不飽和流の支配方程式を示した。ここで  $\mathbf{V}$  は水分フラックスベクトル、 $H$  は全水頭 (毛管 (マトリック) 水頭  $h$ +位置水頭  $Z$ )、 $t$  は時間、 $\theta$  は水分量、 $C$  は比水分容量 ( $= \frac{d\theta}{dh}$ ) である。

Richards は理論的に(2)式を流体力学の粘性流体の運動式つまり Navier-Stokes の式から導くことがどうも無理なので、Fourier や Ohm の式に似せた実験式が必要であると考えて実験的に(2)式を示した。従って、Richards は実際に土壤セルの中の水分量を吸引圧でコントロールしながら不飽和透水係数 (capillary conductivity と称していた) を求めている。尚、Richards の原論文では(2)式の  $K$  は一定という仮定 (部分飽和多孔質媒体中の定常流を仮定) で支配方程式が導かれている (形式的には(4)式にならない)。

(4)式を用いるに当たって重要なのは、やはり正確

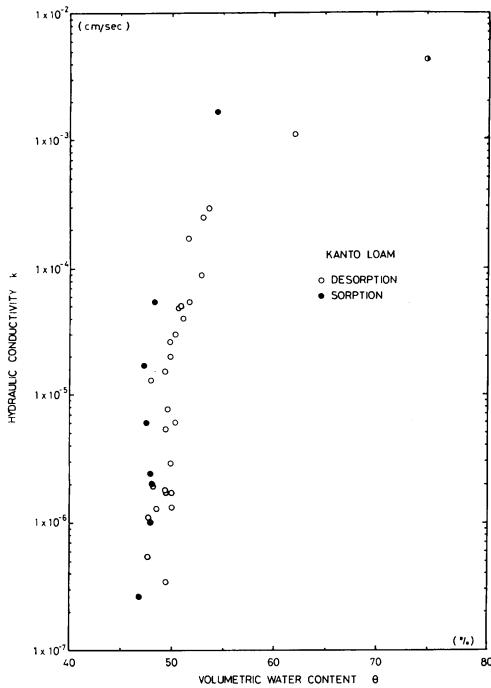


第1図  $\theta-\psi$  の関係 (開発・佐倉, 1981)

な  $\theta-\psi$  の関係 (第1図) と不飽和透水係数 (第2図) を得ることであり、数値解析の研究の発達について多くの研究者がこれらについて研究してきている (例えば Shani et al., 1987)。また、(4)式は  $\psi$  を変数としたものであるが、 $\theta$  を変数とした支配方程式を Klute (1952) が以下の様に示している。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \operatorname{div}(D(\theta) \operatorname{grad} \theta) + \frac{dk}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial Z} \quad (5)$$

ここで  $D(\theta)$  は水分拡散係数 (water diffusivity) ベクトルである。(4)式と(5)式のどちらが現実には有効かというと、量的な問題から  $\theta$  による(5)式の方が直接的で意味がある。しかし、野外での水分測定結果との比較においては水分量よりも吸引圧で検討することが総合的に便利であること (吸引圧の測定の方が簡便) や蒸発散との関係から(4)式で水分移動の解析を行うことが多い。



第2図 不飽和透水係数（開発・佐倉, 1981）

### 3 数値解析

土壤水分移動の数値解析を初めて実施したのは Klute (1952) であり、彼は有限差分法 (FDM) の陽解法を用いて(5)式を基に鉛直一次元の土壤水分移動を解析している。その後、電子計算機の発達に伴って種々の数値解法が考案されつつ Hanks and Bowers (1962) や Rubin (1968) 他の様に数多くの数値解析の研究が行われてきている。そんな中で Freeze (1971a) は蒸発までも考慮した鉛直一次元不飽和流の FDM 数値モデルを開発し、2・3次元場のものも1971年 (Freeze, 1971b) に提示している。また、有限要素法 (FEM) による鉛直2次元不飽和流の数値解析は Neumann (1973) が最初に行っている。

一方、数値解析の研究はより現実的なものを求めるよう、地表面蒸発散と土壤水の相互作用に目を向けて植物の蒸散効果を考慮した数値モデルの開発の研究が進んだ。すなわち土壤－植物一大気系 (SPAC) での水循環の解明を目指したものであるが、

Molz and Remson (1970), Feddes *et al.* (1978), Belmans *et al.* (1983) 他は下記の鉛直1次元支配方程式を基に研究を実施している。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{C} \frac{\partial}{\partial Z} [K(h) (\frac{\partial h}{\partial Z} + 1)] - \frac{S(h)}{C} \quad (6)$$

ここで  $S(h)$  は植物の根の吸引項である。  $h$  による  $S$  の関係を水文パラメータとして実際に得ることは易しくない。Nimah and Hanks (1973) と Feddes *et al.* (1978) は野外で、石田・中野 (1981) は室内実験で均質な粗い砂質土壌で(6)式の検討を行い、一応の成果を上げている。

### III 不飽和流運動の問題

#### 1 ダルシー則の妥当性

不飽和流へダルシー則を初めて適用したのは、結果的にはやはり Green and Ampt (1911) であろう。彼らは不飽和土への飽和浸潤（地表面湛水条件）を次のダルシー型の基本運動式で表している。

$$v = K_t \frac{h_p + L_t - L_d}{L_t} \quad (7)$$

ここで  $v$  は浸潤速度、  $K_t$  は伝達帯の透水係数、  $h_p$  は湛水深、  $L_t$  は伝達帯の長さ、  $h_d$  は前進毛管力または Bouwer (1978) の臨界圧力水頭である。この場合、水分移動そのものは飽和流であるため基本運動式の透水係数はほぼ飽和透水係数にしたものとなる。その後前述の様に、 Richards (1931) がダルシー式を不飽和流に拡張して適用している。

しかし、良く知られている様に、ダルシー式は厳密には飽和流について動水勾配の適用範囲を限って実験的に提示されたものである。よって飽和多孔質媒体中の流れに対してさえダルシー式が妥当かどうかについて種々の議論がある（例えば安原・開発、1981）。つまり現在でも飽和流のダルシー式の物理的な妥当性が完全に認められているとは考えられない。これまでの多孔質媒体中の流れに関する多くの研究は、ダルシー式を当然の様に使用しているが、それは以下の理由によると思われる。

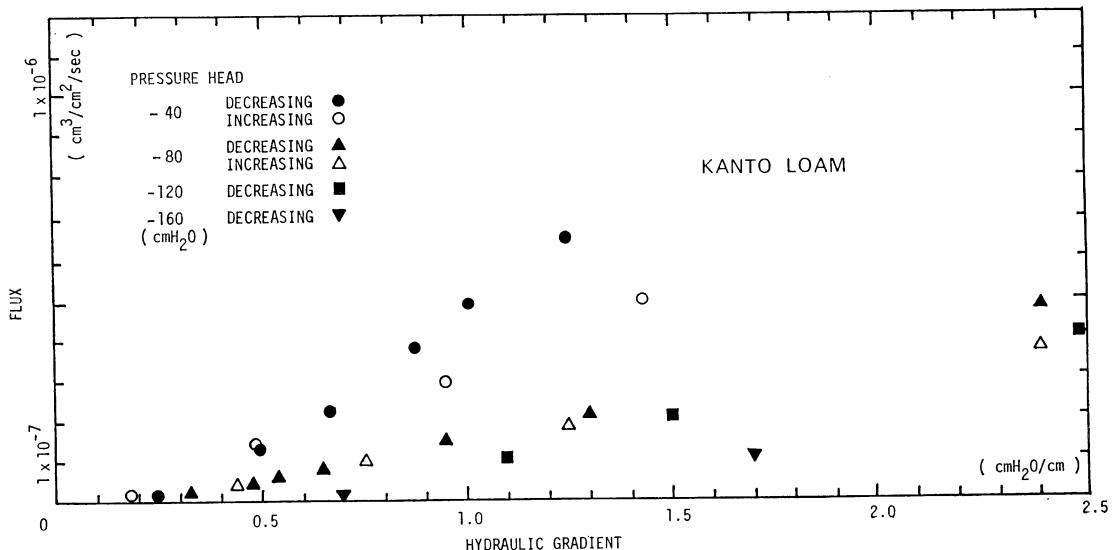
a) 第1次的な量的評価においては経験的に問題が

ない。

- b) 流体力学的立場から基本運動式に比例勾配型の式を適用することは直感的で便利である。
- c) 結果論的であるが、ダルシー式を否定するだけの精度の良い実験結果や理論的裏付けを示すことが現実には困難であり、歴史的な流れからダルシー式を使用せざるを得ない。

理由の a) については納得できなくはないが、 b) と c) については種々の問題があると思われる。例えば、 b) においては、比例勾配の式にするため動水勾配にある係数、つまり透水係数を掛けて量を求める事になるが、結果的に透水係数に多孔質媒体の流れに対する特性を押し込んでしまっている。そのため実際の量的な検討において、相対的にかなりおおまかな結果である動水勾配はあまり問題にされることはなくとも、透水係数に不可解な結果が表われることが多いため信用されないことがある。c) についても相当厳密な実験をして非ダルシー流のデータを示したとしても、超低動水勾配下での実験のため始動勾配や非線形（流束  $q$  と動水勾配  $G$  の関係）の原因が何であるかを特定できないことが多い。そのため結局はダルシー式以外の式を提示できないことになる。

この様な状況の基で不飽和流のダルシー則の妥当性を議論することは一見あまり意味がない様に見えるが、多孔質媒体中の水分移動は不飽和流が一般的であって飽和流は不飽和流の特別な状態のものとするのが本来の姿と考えられる。不飽和流のダルシー式の妥当性に関する研究例は少なく、ほとんどが室内実験によるものである。ダルシー流を認めているものは試料に砂（粒径 0.15–1.0mm）を用いた Child and Collis - George (1950) や Watson (1966)，ロームを試料とした Weeks and Richards (1967)，Vachaud (1967)，長谷川・前田 (1977) 等である。これらに対して非ダルシー流のデータを示したものは、シルト－砂質ロームを試料とした Nielsaen *et al.* (1962)，Swartzendruber (1962)，Rawlins and Gardner (1963)，Ferguson and Gardner (1963)，Hadas (1964)，Thames and Evans (1968)，Kaihotsu *et al.* (1981) 等がある。Kaihotsu *et al.* (1981) を除く上述の実験は動水勾配が 1.0 以上のものであり、1.0 より小さい動水勾配下では議論の余地があると考えられる。例えば、第 3 図は Kaihotsu *et al.* (1981) が長谷川・前田 (1977) の Richards 型透水試験装置を使用して行った実験結果であるが、始動勾配やレオロジー的流动



第 3 図 流束  $q$  と動水勾配  $G$  の関係 (Kaihotsu *et al.*, 1981)

の可能性を簡単に否定できないことを示唆している。現実の不飽和帯は土壤内部風化が飽和帯よりも著しいので、非汚染土壤水でもイオンレベルより大きな物質の混入（大半は結果的に濾過されるが）を伴うことが予想される。従って、純粹な液体としての水に関するダルシー式をこの様な土壤水や不飽和多相混和溶液流に対しても現在使わざるを得ない状況を良しとしていいのかどうかを常に問う必要があると思われる。

## 2 土壤媒体の問題

野外において土壤構造を観察した場合、同一の土壤でも等方性のものは少ない。通常、多くの土壤では亀裂、根跡、団粒構造による粗間隙がランダムに存在しており、対象とする空間をどの様に限定するかにもよるが、程度は別としてそれらは不飽和帯中の水分移動に影響を与えている。粗間隙を介して移動する水は、バイパス的な流れとなり、粗間隙より小さい間隙によって構成されるマトリックス中を移動する水（拡散的移動）とは明らかに運動形態を異にする。バイパス的流れについては Bouma and Dekker (1978) を始めとしてすでにかなりの研究があり、粗間隙が不飽和水分移動において重要な役割を演じていることを認めている。

粗間隙の存在は式(4)～(6)の適用に問題を投げかけるものであったが、Edwards *et al.* (1979) は鉛直粗間隙である理想的な穴の大きさや深さがどの様に不飽和浸透に影響を与えるかの数値実験を行った。

Edwards *et al.* (1979) のモデルは基本的には水みち効果で粗間隙の全壁面のマトリックスに水を供給するものであるが、モデルを裏付けるデータがない。波多野ほか (1984a, b) は土壤の粗間隙の量と分布を単純化して土壤水の移動に貢献する間隙と貯留をになう間隙とに区別して水分移動の解析を行っている。しかし、粗間隙（亀裂）への流入量を求めるのはかなり工夫を要すると考えられる。

いずれにしても、Bouma and Dekker (1978) にも見られる様に野外での調査において粗間隙の大きさをどの様にして決定するのかが問題となってくる。経験的に明らかに粗間隙であると決定できることは珍しくないが、どの程度の粗間隙までがバイパス的

な流動に関与するのか予想または調べる必要がある。理論的には土壤媒体を毛管モデルに置き換えて考えれば大方の検討がつけられる。すなわち、水分特性曲線の主吸水曲線の水侵入値をメニスカスが間隙水を維持できない不連続点の値と仮定すれば、開発 (1984) より  $h$  ( $\neq 0$ ) と毛管半径  $R$  ( $\geq 0$ ) の関係は

$$R = \frac{-3h \pm \sqrt{9h^2 + 4(6J/\rho_w g)}}{2} \quad (8)$$

と表せる。ここで  $\sigma$  は表面張力、 $\rho$  は水の密度、 $g$  は重力加速度である。今、水侵入値を  $-10\text{cm}$  の多孔質媒体について、 $\sigma=72.75\text{dyne/cm}$ 、 $\rho=0.9982\text{g/cm}^3$ 、 $g=979.8\text{cm/sec}^2$  として式(10)に代入して  $R$  を計算すると、その値は  $0.1778\text{cm}$  となる。従って、直径にして約  $3.5\text{mm}$  より大きい間隙は粗間隙とみなせ、この空間を水は移流的に移動すると予想される。

## IV おわりに

不飽和帯中の土壤水の運動に関する基礎的なことを過去の研究例を紹介しながら、その有効性および問題点について述べてきた。本論では、不飽和多相混和流の運動に関して議論はしていないが、この種の研究分野においても解析の第1歩として今後とも基本運動式にダルシーの拡張式が適用されるのは間違いないと考えられる。いずれにしても、不飽和帯の土壤水の運動を議論するに当たって式(4)を使用する限り、解析結果が本質的に変わる訳ではない。従って、流体（土壤水）側の支配方程式を式(4)の様に定めている以上、現実の重要な問題は多孔質媒体である土壤構造をどこまで詳細なモデルで一般化できるかということになってくる。

## 参考文献

- 石田朋靖・中野政詩 (1981)：土壤—植物一大気系における土壤水分消費の動態. 農土論集, 92, 26-34.  
開発一郎 (1984)：不飽和砂の保水性と透水性. 日本地下水学会会誌, 26, 111-120.  
開発一郎・佐倉保夫 (1981)：野外土槽中の不飽和土の水分特性. 筑波大学水理実験センター報告, 5.  
長谷川周一・前田 隆 (1977)：不飽和流におけるダルシ

- 一則の適用. 農土論集, **70**, 13—19.
- 波多野隆介・佐久間敏雄・岡島秀夫 (1984a) : シミュレーションモデルによる亀裂内水分流の解析  
1) 理論. 土肥誌, **55**, 344—350.
- 波多野隆介・佐久間敏雄・岡島秀夫 (1984b) : シミュレーションモデルによる亀裂内水分流の解析  
2) 数値例. 土肥誌, **55**, 351—356.
- 安原正也・開發一郎 (1981) : 多孔質媒体中の非ダルシー流動に関する研究の流れ. 日本地下水学会会誌, **23**, 35—43.
- Belmans, C., Wesseling, J. G. and Feddes, R. A. (1983) : Simulation model of the water balance of a cropped soil : SWATRE. *J. of Hydrology*, **63**, 271—286.
- Bouwer, H. (1978) : *Groundwater hydrology*. McGraw-Hill, New York, 480p.
- Bouma, J. and Dekker, C. W. (1978) : A case study on infiltration into dry clay soil. I. Morphological observations. *Geoderma*, **20**, 27—40.
- Briggs, L. J. (1897) : The mechanics of soil moisture. *U. S. Dep. Agr. Bur. Soils Bull.*, **10**.
- Buckingham, E. (1907) : Studies on the movement of soil moisture. *U. S. Dep. Agr. Bur. Soils Bull.*, **38**.
- Childs, E. C. and Collis-George, N. (1950) : The permeability of porous materials. *Proc. Roy. Soc.*, **201A**, 392—405.
- Edards, W. M., van der Ploeg, R. R. and Ehlers, W. (1979) : A numerical study of the effects of noncapillary-sized pores upon infiltration. *Soil Sci. Soc. Amer. J.*, **43**, 851—856.
- Feddes, R. A., Kowalik, P. J. and Zarandny, H. (1978) : *Simulation of Field Water Use and Crop Yield*. PUDOC, Wageningen, 189p.
- Ferguson, H. and Gardner, W. H. (1963) : Diffusion theory applied to water flow data obtained using a gamma ray adsorption. *Soil Soc. Amer. Proc.*, **27**, 243—246.
- Freeze, A. (1971a) : The mechanism of natural ground-water recharge and discharge 1. One dimensional, vertical, unsteady, unsaturated flow above a recharging or discharging ground-water flow system. *Water Resour. Res.*, **5**, 153—171.
- Freeze, A. (1971b) : Three-dimensional, transient, saturated-unsaturated flow in a groundwater basin. *Water Resour. Res.*, **7**, 347—366.
- Gardner, W., Israelsen, O. W., Edlefsen, N. E., and Conrad, H. (1922) : The capillary potential function and its relation to irrigation practice. *Phys. Rev. Ser. 2*, **20**, 196.
- Green, W. H. and Ampt, G. A. (1911) : Studies on soil physics : Flow of air and water through soils. *J. Agric. Sci.*, **4**, 1—24.
- Hadas, A. (1964) : Deviation from Darcy's law for the flow of water in unsaturated soils. *Israel J. Agric. Res.*, **14**, 159—167.
- Hanks, R. J. and Bowers, S. A. (1962) : Numerical solution of moisture flow equation for infiltration into layered soils. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, **26**, 530—534.
- Kaihatsu, I., Tanaka, T., and Okahashi, O. (1981) : Experimental studies on unsaturated flow in Kanto Loam. *Ann. Rep. Inst. Geosci. Univ. Tsukuba*, **7**, 23—25.
- Klute, A. (1952) : A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials. *Soil Sci.*, **73**, 105—116.
- Molz, F. J. and Remson, I. (1970) : Extraction term models of soil moisture use by transpiring plants. *Water Resour. Res.*, **6**, 1346—1356.
- Neuman, H. L. (1973) : Saturated-unsaturated seepage by finite elements. *Amer. Soc. Civil Eng., Proc., J. Hydraul. Div.*, **99**(HY 12), 2233—2250.
- Nimah, M. N. and Hanks, R. J. (1973) : Model for estimating soil water, plant and atmosphere interrelations. I. Description and sensitivity. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, **37**, 522—527.
- Nielsen, D. R., Bigger, J. W. and Davidson, J. M. (1962) : Experimental consideration of diffusion analysis in unsaturated flow problems. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, **26**, 107—111.
- Rawlins, S. L. and Gardner, W. H. (1963) : A test of the validity of the diffusion equation for unsaturated flow of soil water. *Soil Sci. Amer. Proc.*, **27**, 507—511.
- Richards, L. A. (1931) : Capillary conduction of liquids in porous media. *Physics*, **1**, 318—333.
- Rubin, J. (1968) : Theoretical analysis of twodimensional transient flow of water in unsaturated and

- partly unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, **32**, 607—615.
- Shani, U., Hanks, R. J. Bresler, E. and Oliveira, C. A. S. (1987) : Field method for estimating hydraulic conductivity and matric potential-water content relations. *Soil Sci. Soc. Amer. J.*, **51**, 298—302.
- Swartzendruber, D. (1962) : Modification of Darcy's law for the flow of water in soils. *Soil Sci.*, **93**, 22—29.
- Thames, J. L. and Evance, D. D. (1968) : An analysis of water into soil columns. *Water Resour. Res.*, **14**, 817—828.
- Vachaud, G. (1967) : Determination of the hydraulic conductivity of unsaturated soils from an analysis of transient flow data. *Water Resour. Res.*, **3**, 697—705.
- van Genuchten, M. Th. and Jury, W. A. (1987) : Progress in unsaturated flow and transport modeling. *Rev. Geophysics*, **25**, 135—140.
- Watson, K. K. (1966) : An instantaneous profile method for determining the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials. *Water Resour. Res.*, **12**, 709—715.
- Weeks, L. V. and Richards, S. J. (1967) : Soil water properties computed from transient flow data. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, **31**, 721—725.